1503/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI

L: 040725

Tomul XXVIII (XXXII)

Fasc. 1—4

Secția III

ELECTROTEHNICĂ.
ENERGETICĂ.
ELECTRONICĂ.
AUTOMATIZĂRI.

1982

ORSZÁGOS MŰSZAKI INFORMÁCIÓS KÖZPONT ÉS KÖNYVTÁR 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXVIII (XXXII)

Fasc. 1-4

Secţia III

ELECTROTEHNICĂ
ENERGETICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1982

COLEGIUL DE REDACŢIE

Prof. dr. doc VAL. BLIDARU
Prof. dr. ing. GH. CAŞLER
Prof. dr. doc. N. V. BOŢAN
Prof. dr. ing. M. GAFIŢANU (preşedinte)
Prof. dr. P. MÂLCOMETE
Prof. dr. doc. D. MANGERON
Prof. dr. ing. T. SILION
Acad. prof. dr. doc. CR. SIMIONESCU
Prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACŢIE AL SECŢIEI
III. ELECTROTEHNICĂ, ENERGETICĂ ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI.

Prof. dr. ing. I. BEJAN
Prof. dr. ing. AL. POEATĂ
Prof. dr. ing. D. BĂRBULESCU

REDACŢIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON
(redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN
(secretar de redacţie)
ECATERINA IRIMIEA (tehnoredactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4 1982

Secţia II

ELECTROTEHNICĂ
ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

SUMAR

Pag.

H. ROSMAN, Efectul pelicular în conductoare cilindrice feromagnetice, cu neliniaritate slabă, în regim cvasistaţionar armonic (I) (franc., rez. rom.) . 9

M. NEMESCU, Regimul permanent al oscilatorului electromecanic ferorezonant (germ., rez. rom.) 15

S. MITREA, L. CANTEMIR şi I. POPESCU, Asupra comportării sistemelor de levitaţie electromagnetică cu semnal de ieşire liniar al traductorului de întrefier (engl., rez. rom.) 21

D. CONDURACHE, Transformări integrale pe algebre (I) (engl., rez. rom.) 27

R. OLARU, C. COTAE, GH. CĂLUGĂRU şi E. LUCA, Instalaţie pentru determinarea repartiţiei concentraţiei de particule în ferofluide (engl., rez. rom.) 37

E. CREŢU şi A. CREŢU, Asupra dependenţei erorilor transformatorului de curent de parametrii dispozitivului electronic de compensare automată (rom., rez. franc.) 41

V. MUNTEANU, M. ANTONESCU, M. LUCANU, I. CLEJU şi GH. ZAHARIA, Asupra transinformaţiei calitative (germ., rez. rom.) 51

M. LUCANU, V. MUNTEANU şi AL. HRIŢCU, Invertor trifazat cu unghiul maxim de conducţie al tiristoarelor principale de 150° (engl., rez. rom.) . . 59

D. ALEXA, Oscilator cu diodă IMPATT şi cavitate rezonantă paralelipipedică (engl., rez. rom.) 65

C. ORIŢĂ, L. DIMITRIU şi I. CLEJU, Generator de tensiune liniar variabilă cu două pante liniare (franc., rez. rom.) 71

E. HNATIUC, Discontinuităţi ale amplitudinii oscilaţiei de regim forţat a armăturii mobile a electromagneţilor de curent alternativ (franc., rez. rom.) 77

A. BARABOI, Limitarea curenţilor continui de scurtcircuit cu ajutorul unei bobine neliniare avînd miezul magnetizat pe direcţii ortogonale (franc., rez. rom.) 83

I. BERGMAN, A. PRISĂCARU şi D. HAGIANU, Consideraţii privind funcţionarea motoarelor Schrage cu sarcini pulsatorii (germ., rez. rom.) 87

pag

D. IVAS, GH. CÎRȚINĂ, N. SUFLEȚEL și J. IGNAT, Îmbunătățirea calității energiei electrice și a randamentului rețelelor electrice prin folosirea bobinelor de reactanță jumelate (franc., rez. rom.) 95

GH. CÎRȚINĂ, C. PETRILĂ, GH. DUMITRU și T. SOLONEAN, Asupra utilizării minicalculatorului M-18 în conducerea rețelelor electrice (franc., rez. rom.) 101

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXVIII (XXXII), Fasc. 1–4 1982

Section III

ELECTROTECHNICS
ENERGETICS. ELECTRONICS. AUTOMATION

CONTENTS

Pp.

H. ROSMAN, Effet pelliculaire dans les conducteurs cylindriques ferromagnétiques, à faible nonlinéarité, en régime quasistationnaire harmonique (I) (French, Romanian summary) 9

M. NEMESCU, Das ständige Regime des elektromechanischen ferroresonanten Oszillators (German, Romanian summary) 15

S. MITREA, L. CANTEMIR and I. POPESCU, Upon the Behaviour of Electromagnetic Levitation Systems with Gap Sensor Linear Output Signal (English, Romanian summary) 21

D. CONDURACHE, Integral Transforms on Algebras (I) (English, Romanian summary) 27

R. OLARU, C. COTAE, GH. CĂLUGĂRU and E. LUCA, An Installation Used for Determining the Particle Concentration in Ferrofluids (English, Romanian summary) 37

E. CREŢU et A. CREŢU, Sur la dépendence des erreurs du transformateur de courant des paramètres du dispositif électronique de compensation automatique (Romanian, French summary) 41

V. MUNTEANU, M. ANTONESCU, M. LUCANU, I. CLEJU und GH. ZAHARIA, Über die durchschnittliche über einem Kanal übertragene qualitative Nachricht (German, Romanian summary) 51

M. LUCANU, V. MUNTEANU and AL. HRIŢCU, Three-Phase Inverter with Maximum Conducting Angles of Main Thyristors of 150° (English, Romanian summary) 59

D. ALEXA, Oscillator with IMPATT Diode and Parallelepipedic Resonant Cavity (English, Romanian summary) 65

C. ORIŢĂ, L. DIMITRIU et I. CLEJU, Générateur de tension linéairement variable, à deux pentes linéaires (French, Romanian summary) 71

E. HNATIUC, Discontinuités de l'amplitude de l'oscillation en régime forcé de l'armature mobile des électro-aimants de courant alternatif (French, Romanian summary) 77

A. BARABOI, L'utilisation d'une bobine nonlinéaire à noyau magnétisé orthogonalement, pour la limitation des courants continus de court-circuit (French, Romanian summary) 83

I. BERGMAN, A. PRISĂCARU und D. HAGIANU, Betrachtungen zur Arbeit der Schrage-motoren mit pendelnder Last (German, Romanian summary) 87

D. IVAS, GH. CÎRŢINĂ, N. SUFLEŢEL et J. IGNAT, L'amélioration de la qualité de l'énergie électrique et du rendement des réseaux électriques par l'utilisation des bobines de réactance jumelées (French, Romanian summary) 95

GH. CÎRŢINĂ, C. PETRILĂ, GH. DUMITRU et T. SOLONEAN, Sur l'utilisation du minicalculateur M-18 dans la conduite des réseaux électriques (French, Romanian summary) 101

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXVIII (XXXII) Вып. 1—4 1982 г.

Секция III

**ЭЛЕКТРОТЕХНИКА.
ЭНЕРГЕТИКА. ЭЛЕКТРОНИКА. АВТОМАТИКА.**

СОДЕРЖАНИЕ

Г. РОСМАН, Поверхностный эффект в цилиндрических ферромагнитных проводниках с малой нелинейностью, в гармоническом квазистационарном режиме (I) (франц., рез. рум.) 9

М. НЕМЕСКУ, Установившийся режим электромеханического феррорезонансного колебателя (нем., рез. рум.) 15

С. МИТРЯ, Л. КАНТЕМИР и И. ПОПЕСКУ, К поведению электромагнитного подвешивания с линейным выходом датчика зазора (англ., рез. рум.) 21

Д. КОНДУРАКЕ, Интегральные преобразования над алгебрах (I) (англ., рез. рум.) 27

Р. ОЛАРУ, К. КОТАЕ, Г. КЭЛУГЭРУ и Е. ЛУКА, Установка для определение распределения насыщенности частицы в феррожидкости (англ., рез. рум.) 37

Е. КРЕЦУ и А. КРЕЦУ, О соотношении ошибок трансформатора тока с параметрами электронного приспособления автоматического компенсирования (рум., рез. франц.) 41

В. МУНТЯНУ, М. АНТОНЕСКУ, М. ЛУКАНУ, И. КЛЕЖУ и Г. ЗАХАРИЯ, Об качественой средней информации передаваемая по каналу (нем., рез. рум.) 51

М. ЛУКАНУ, В. МУНТЯНУ и А. ХРИЦКУ, Трехфазный инвертор с мощными тиристорами имеющие максимальный угол проводимости 150° (англ., рез. рум.) 59

Д. АЛЕКСА, Генератор на лавинно-пролетном диоде с резонатором имеющий форму параллелипипеда (англ., рез. рум.) 65

К. ОРИЦЭ, Л. ДИМИТРИУ и И. КЛЕЖУ, Генератор переменного линейного напряжения с двумя линейными областьями (франц., рез. рум.) 71

Е. ХНАТЮК, Возбуждение колебаний вынужденного режима якоря электромагнитов переменного тока (франц., рез. рум.) 77

А. БАРАБОЙ, Использование реактора с поперечным подмагничиванием для органичения постоянного тока короткого замыкания (франц., рез. рум.) 83

И. БЕРГМАН, А. ПРИСЭКАРУ и Д. ХАЖИАНУ, О работе двигатели Шраге с пульсационной нагрузке (нем., рез. рум.) 87

Д. ИВАС, Г. КЫРЦИНЭ, Н. СУФЛЕЦЕЛ и Ж. ИГНАТ, Улучшение качества электрической энергии и коэффициента полезного действия сетей при помощи сдвоенных реакторов (франц., рез. рум.) 95

Г. КЫРЦИНЭ, К. ПЕТРИЛЭ, Г. ДУМИТРУ и Т. СОЛОНЕАН, К использовании миникалькулятора М-18 в управлении электрических сетей (франц., рез. рум.) 101

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—2, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ, ENERGETICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C. D. 621.3.018.44

EFFET PELLICULAIRE DANS LES CONDUCTEURS CYLINDRIQUES FERROMAGNÉTIQUES, À FAIBLE NONLINÉARITÉ, EN RÉGIME QUASISTATIONNAIRE HARMONIQUE

I. EFFET PELLICULAIRE NET

PAR

HUGO ROSMAN

1. En poursuivant le même but que dans les Notes [1]...[3], publiées tout récemment, dans ce qui suit on étudie le problème de la propagation du champ électromagnétique dans un conducteur cylindrique (Fig. 1) ferromagnétique, à faible nonlinéarité, en régime quasistationnaire harmonique.

On accepte, préalablement, les hypothèses ci-dessous :

a) La caractéristique de magnétisation du matériel dont est confectionné le cylindre peut être approximée par le polynôme :

$$B=\mu_1 H-\mu_3 H^3,\ (\mu_1>0,\ \mu_3>0), \tag{1}$$

où B et H représentent les valeurs efficaces de l'induction magnétique et de l'intensité du champ, supposées à osciller en fonction du temps selo n des lois harmoniques de pulsation ω.

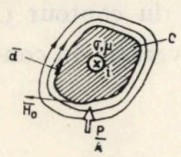


Fig. 1

b) La caractéristique de magnétisation, en valeurs instantanées, est linéaire, de sorte qu'on peut considérer le milieu comme „inertiel" dans le sens proposé dans la Note [1].

c) Dans ces conditions la perméabilité magnétique du cylindre est fonction de l'amplitude de l'intensité du champ magnétique, à savoir :

$$\mu=\mu_1-\frac{3}{4}\mu_3 H_m^2\,. \tag{2}$$

En outre on admet que la profondeur de pénétration, δ, satisfait l'inégalité :

$$\delta \ll A\,, \tag{3}$$

où A représente l'aire de la section transversale du cylindre conducteur de sorte que l'effet pelliculaire dans le conducteur soit considéré net [4]. En même temps la fréquence est considérée suffisamment basse pour que le comportement du conducteur, en champ magnétique, soit inertiel. Si le rayon de courbure du contour de la section du conducteur est, dans chaque point, plus grand que la profondeur de pénétration, la propagation du

champ électromagnetique dans le conducteur cylindrique peut être approximée avec celle qui a lieu dans le demi-espace conducteur infini. Dans ce cas la puissance active qui pénètre par l'unité de surface du conducteur cylindrique peut être déterminée à l'aide de la relation [2] :

$$\frac{P}{A}=\frac{\alpha}{\sigma}H_0^2\left(1-\frac{3}{8}\cdot\frac{\mu_3}{\mu_1}H_0^2-\frac{9}{128}\cdot\frac{\mu_3^2}{\mu_1^2}H_0\right), \tag{4}$$

où H_0 représente la valeur efficace de l'intensité du champ magnétique dans un point situé sur la surface du conducteur, $\alpha=\mathcal{R}e\,\gamma$ — la constante d'atténuation et $\gamma=\sqrt{j\omega\sigma\mu_1}$ — la constante la propagation. La puissance active totale qui pénètre par la surface latérale du conducteur cylindrique de longueur l résulte en effectuant l'intégrale :

$$P=l\frac{\alpha}{\sigma}\oint_C H_0^2\left(1-\frac{3}{8}\cdot\frac{\mu_3}{\mu_1}H_0^2-\frac{9}{128}\cdot\frac{\mu_3^2}{\mu_1^2}H_0^4\right)ds, \tag{5}$$

où C représente le contour de la section transversale du conducteur.

Compte tenu du caractère net de l'effet pelliculaire les lignes du champ magnétique extérieur sont pratiquement tangentes à la surface du conducteur de sorte que l'intensité du champ, H_0, peut être déterminée à l'aide de la loi du circuit magnétique :

$$\oint_C H_0 ds=I, \tag{6}$$

avec I — la valeur efficace du courant qui circule par le conducteur.

2. Dans tous les cas où le champ magnétique extérieur a le module de l'intensité du champ magnétique, H_0, constant au long du contour C et si l'on note par $p=\oint_C ds$ le périmètre de la section transversale du conducteur, les expressions (5) et (6) deviennent :

$$P=pl\frac{\alpha}{\sigma}H_0^2\left(1-\frac{3}{8}\cdot\frac{\mu_3}{\mu_1}H_0^2-\frac{9}{128}\cdot\frac{\mu_3^2}{\mu_1^2}H_0^4\right). \tag{7}$$

respectivement

$$I=pH_0. \tag{8}$$

Par conséquent

$$P=\frac{l}{p}\cdot\frac{\alpha}{\sigma}I^2\left(1-\frac{3}{8}\cdot\frac{\mu_3}{\mu_1}\cdot\frac{I^2}{p^2}-\frac{9}{128}\cdot\frac{\mu_3^2}{\mu_1^2}\cdot\frac{I^4}{p^4}\right), \tag{9}$$

en obtenant pour la résistance en courant alternatif l'expression :

$$R_{an}=\frac{P}{I^2}=\frac{l}{p}\cdot\frac{\alpha}{\sigma}\left(1-\frac{3}{8}\cdot\frac{\mu_3}{\mu_1}\cdot\frac{I^2}{p^2}-\frac{9}{128}\cdot\frac{\mu_3^2}{\mu_1^2}\cdot\frac{I^4}{p^4}\right). \tag{10}$$

Si le même conducteur se comporte d'une façon linéaire dans le champ magné tique ($\mu_3=0$), la résistance en courant alternatif est donnée par :

(11) $$R_{al}=\frac{l}{p}\cdot\frac{\alpha}{\sigma},$$

de sorte qu'on peut définir le rapport :

(12) $$k_R=\frac{l}{p}\cdot\frac{\alpha}{\sigma},$$

qui, compte tenu des relations (10) et (11), est de la forme:

(13) $$k_R=1-\frac{3}{8}\cdot\frac{\mu_3}{\mu_1}\cdot\frac{I^2}{p^2}-\frac{9}{128}\cdot\frac{\mu_3^2}{\mu_1^2}\cdot\frac{I^4}{p^4}<1.$$

3. Si l'on tient compte que la profondeur de pénétration dans un demiespace conducteur ferromagnétique, infini, est donnée par la relation [2]:

(14) $$\delta_n=\sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu_1\left(1-\frac{3}{8}\cdot\frac{\mu_3^2}{\mu_1^2}H_0^2-\frac{9}{128}\cdot\frac{\mu_3^2}{\mu_1^2}H_0^4\right)}}$$

est que la constante d'attenuation est en ce cas [2] :

(15) $$\alpha=\sqrt{\frac{\omega\sigma\mu_1}{2}},$$

l 'expression (10) de la résistance en courant alternatif devient:

(16) $$R_{an}=\frac{l}{p}\cdot\frac{1}{\sigma\alpha\delta_n^2},$$

tandis que k_R, donné par (13), peut être écrit sous la forme équivalente

(17) $$k_R=\frac{1}{\alpha^2\delta_n^2}.$$

4. La résistance en courant continu en étant

(18) $$R_c=\frac{l}{\sigma A}$$

on peut définir le facteur d'augmentation de la résistance en courant alternatif :

(19) $$k_a=\frac{R_a}{R_c}$$

qui, compte tenu des relations (10) et (18), résulte de la forme :

(20) $$k_a=\frac{A}{p}\alpha\left(1-\frac{3}{8}\cdot\frac{\mu_3}{\mu_1}\cdot\frac{I^2}{p^2}-\frac{9}{128}\cdot\frac{\mu_3^2}{\mu_1^2}\cdot\frac{I^4}{p^4}\right).$$

Dans le cas particulier d'un conducteur cylindrique de section circulaire ayant le rayon a, $A=\pi a^2$, $p=2\pi a$ de sorte que

(21) $$k_a=\frac{a\alpha}{2}\left(1-\frac{3}{32}\cdot\frac{\mu_3}{\mu_1}\cdot\frac{I^2}{a^2}-\frac{9}{2\,048}\cdot\frac{\mu_3^2}{\mu_1^2}\cdot\frac{I^4}{a^4}\right).$$

5. L'expression (1) de la caractéristique de magnétisation peut être utilisée seulement pour les valeurs de l'intensité du champ électromagnétique pour lesquelles la fonction $B(H)$ est croissante, à savoir :

$$\frac{dB}{dH} \geqslant 0, \tag{22}$$

c'est-à-dire dans l'intervalle

$$H \in \left[0, \sqrt{\frac{\mu_1}{3\mu_3}}\right]. \tag{23}$$

Dans ces conditions, compte tenu que $H_m = \sqrt{2}H$, la perméabilité magnétique peut prendre des valeurs seulement dans l'intervalle :

$$\mu \in \left[\frac{\mu_1}{2}, \mu_1\right]. \tag{24}$$

Quant au courant qui circule par le conducteur, compte tenu de la relation (8), intervient la restriction :

$$I \leqslant p \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_3}} = 2\pi a \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_3}}, \tag{25}$$

où l'on a tenu compte de (23). On peut faire quelques observations intéressantes, à savoir :

a) Le coefficient k_R, en tant que rapport des résistances en courant alternatif d'un conducteur cylindrique nonlinéaire et d'un conducteur cylindrique linéaire équivalent, est maximum et égal à l'unité pour des valeurs réduites du courant (en champs magnétiques faibles) et pour la valeur limite (25) atteint la valeur la plus basse

$$k_{R\min} = \frac{111}{128} = 0{,}867. \tag{26}$$

b) Le facteur d'augmentation de la résistance en courant alternatif, k_a, a, dans le cas d'un conducteur cylindrique nonlinéaire, une valeur maximum et égale à l'unité pour des valeurs réduites du courant (en champs magnétiques faibles) et pour la valeur limite (25) du courant, atteint, à son tour, la valeur la plus basse

$$k_{a\min} = \frac{111}{128} \cdot \frac{A}{p} \alpha = 0{,}867 \frac{A}{p} \alpha \tag{27}$$

où

$$k_{a\min} = \frac{111}{256} a\alpha = 0{,}434 a\alpha, \tag{28}$$

lorsque le conducteur cylindrique est de section circulaire.

Il est bien possible à représenter graphiquement les familles de courbes $k_R(I)$, $k_a(I)$ pour différentes valeurs, constantes, du rapport μ_3/μ_1. On peut procéder d'une façon plus simple en introduisant la notation avantageuse :

$$x = \sqrt{\frac{\mu_3}{\mu_1}} H_0 = \sqrt{\frac{\mu_3}{\mu_1}} \cdot \frac{I}{p}, \tag{29}$$

avec $x \in [0, 1/\sqrt{3}=0{,}577]$; dans ce cas on peut écrire l'expression (13) sous la forme compacte

$$k_R = 1 - \frac{3}{8}x^2 - \frac{9}{128}x^4, \tag{30}$$

représentée dans la Fig. 2.

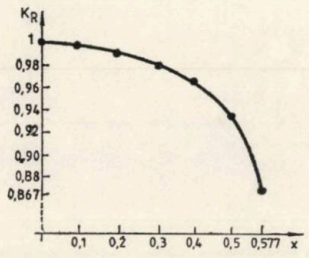


Fig. 2

Conclusions

L'étude de la propagation du champ électromagnétique dans un conducteur ferromagnétique cylindrique à faible nonlinéarité, en régime quasistationnaire harmonique, permet à aboutir à la conclusion que la résistance d'un tel conducteur est moindre que celle d'un conducteur linéaire équivalent. Par conséquent le facteur d'augmentation en courant alternatif de la résistance d'un conducteur cylindrique ferromagnétique nonlineaire est moindre que celui d'un conducteur cylindrique linéaire équivalent. Cette diminution peut atteindre, au maximum, 13,3%.

Reçue le 6 décembre 1981

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire d'Électrotechnique, Mesures
et Machines électriques

BIBLIOGRAPHIE

1. Rosman H., *Constantele de material ale mediilor electromagnetice cu neliniaritate slabă, inerţiale, în regim cvasistaţionar armonic.* Mem. secţ. şt. Acad. R.S.R., s. IV, **II**, 189–194 (1979).
2. Rosman H., *Pătrunderea cîmpului electromagnetic în semispaţiul feromagnetic infinit cu neliniaritate slabă, în regim cvasistaţionar armonic.* Mem. secţ. şt. Acad. R.S.R., s. IV, **III**, 331–342 (1980).
3. Rosman H., *Propagation du champ électromagnétique dans une tôle ferromagnétique conductrice, à faible nonlinéarité, en régime quasistationnaire harmonique.* Bul. Inst. polit., Iaşi, **XXVII (XXXI)**, *3–4*, s. III, 1–21 (1981).
4. Timotin Al. et al., *Lecţii de Bazele electrotehnicii.* Vol. **II**, EDP, Buc., 1964.

EFECTUL PELICULAR ÎN CONDUCTOARE CILINDRICE FEROMAGNETICE, CU NELINIARITATE SLABĂ, ÎN REGIM CVASISTAŢIONAR ARMONIC

I. Efectul pelicular net

(Rezumat)

Studiul propagării cîmpului electromagnetic într-un conductor feromagnetic cilindric cu neliniaritate slabă, în regim cvasistaţionar armonic, conduce la concluzia că rezistenţa unui astfel de conductor este mai redusă decît aceea a unui conductor cilindric, liniar, echivalent. În consecinţă factorul de creştere în curent alternativ al rezistenţei unui conductor cilindric feromagnetic neliniar, este mai redus decît cel al unui conductor cilindric, liniar, echivalent; această reducere poate atinge, cel mult, 13,3%.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. K. 538.551.25

DAS STÄNDIGE REGIME DES ELEKTROMECHANISCHEN FERRORESONANTEN OSZILLATORS

VON

MIRCEA NEMESCU

1. Die Erscheinung der langsamen Schwingungen in ferroresonanten Kreise, folge der Einführung eines Induktors mit parametrischer Variation, wurde sowohl in experimentellen [2] sowie auch in theoretischen Arbeiten [1] studiert. Dann wenn die Variation der Induktivität der parametrischen Induktors, wegen dem ferroresonanten Sprung aus dem Kreis, stattfindet, werden die Schwingungen langsame selbstparametrische Schwingungen [5] genannt. Solche Art Schwingungen kann man in einem ferroresonanten Kreis serie (Abb. 1) erhalten, der parametrische Induktor sei aus der Spule eines Elektromagnetes (Abb. 2) gebildet. Der Elektromagnet ist so gewählt daß er streng im linearen Bereich funktioniert.

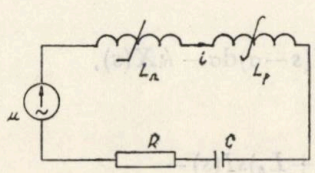


Abb. 1

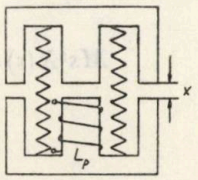


Abb. 2

2. Für bestimmte Werte der Parameter des Kreises und der Zuführungsspannung, wird der Kreis zur Resonanz gebracht, der Sprung des Stromes welcher im Kreis stattfindet tragt zur Heranziehung des mobilen Beschlags des parametrischen Induktors. Dadurch wächst die Induktanz des parametrischen Induktors und es findet statt der Sprung des Stromes zurück [3]. Es verringert sich die Anziehungskraft des mobilen Beschlages des Elektromagnetes und ihre Zurückbringung in die anfängliche Lage unter der Wirkung der zwei Feder, der Prozeß wiederholt sich. In Kreis bilden sich so langsame selbstparametrische Schwingungen. Die Gleichung des elektrischen Kreises ist

$$Ri+\frac{1}{C}\int i\,dt+L(i,x)\frac{di}{dt}+i\frac{dL(i,x)}{dt}=u. \tag{1}$$

Für den zugestellten mechanischen System, unter den Bedingungen die Reibekräfte vernachlässigend, kann man folgendes Verhältnis schreiben

$$M\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{1}{2}i^2\frac{dL(i,x)}{dx}-kx\ ; \tag{2}$$

k ist die elastische Konstante der Feder, x—Bewegung des mobilen Beschlags und M — Masse die sich in Bewegung befindet. Aber

$$L(i,x)=L_n+L_p, \tag{3}$$

wo

$$L_n=a-bi^2,\ L_p=L_0+L_2x,\ L_2=\frac{dL(i,x)}{dx}\ . \tag{4}$$

Wenn man die Verhältnisse (3) und (4) in Betracht nimmt, bekommt die Gl. (1) folgende Form

$$Ri+\frac{1}{C}\int idt+(a+L_0)\frac{di}{dt}-3bi^2\frac{di}{dt}+L_2x\frac{di}{dt}+L_2i\frac{dx}{dt}=u, \tag{5}$$

wo $u=U_m\sin\omega t$.

3. Die Integrierung des Systems, gebildet aus den Gleichungen (2) und (5), wurde durch die Anwendung der Methode der „komplexen Konvolution" realisiert [8].

Wenn man den Gleichungen (2) und (5) die Laplace Bildfunktion appliziert in den anfänglichen nuller Bedingungen, erhält man die operationelle Gleichungen von der Form :

$$Ms^2X(s)=\frac{1}{2}L_2\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}I(\sigma)I(s-\sigma)d\sigma-kX(s), \tag{6}$$

$$RI(s)+\frac{1}{Cs}I(s)+(a+L_0)sI(s)-$$

$$-bs\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\left[\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}I(s-\sigma-\sigma_1)I(\sigma_1)d\sigma_1\right]I(\sigma)d\sigma+ \tag{7}$$

$$+L_2\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\sigma I(\sigma)X(s-\sigma)d\sigma+L_2\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}I(\sigma)(s-\sigma)X(s-\sigma)d\sigma=U_m\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\ .$$

Aus der Gl. (6) ergibt sich

$$X(s)=\frac{L_2}{2(Ms^2+k)}\cdot\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}I(\sigma)I(s-\sigma)d\sigma. \tag{8}$$

Damit erhält die Gl. (7) folgende Form :

$$RI(s)+\frac{1}{Cs}I(s)+(a+L_0)sI(s)+$$

$$+bs\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\left[\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}I(s-\sigma-\sigma_1)I(\sigma_1)d\sigma_1\right]I(\sigma)d\sigma+$$

$$(9)\quad +L_2\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\sigma I(\sigma)\left[\frac{L_2}{2[M(s-\sigma)^2+k]}\cdot\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}I(\sigma_1)I(s-\sigma-\sigma_1)d\sigma_1\right]d\sigma+$$

$$+L_2\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}I(\sigma)I(s-\sigma)\left[\frac{L_2}{2[M(s-\sigma)^2+k]}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}I(\sigma_1)I(s-\sigma-\sigma_1)d\sigma_1\right]d\sigma=U_m\frac{\omega}{s^2+\omega^2}.$$

Man betrachtet als erste Approximation der Lösung des Gl. (9), die Lösung des linearen Systems

$$(10)\qquad I_1(s)=\frac{\frac{U_m\omega}{a+L_0}s}{(s^2+\omega^2)\left[s^2+\frac{R}{a+L_0}s+\frac{1}{C(a+L_0)}\right]}.$$

Sei die Gleichung :

$$(11)\qquad s^2+\frac{R}{a+L_0}s+\frac{1}{C(a+L_0)}=0,$$

dessen Wurzeln $s_{1,2}$ der reellen Teil immer negativ haben. Wenn man die Wurzeln der Gl. (11) mit β und γ bezeichnet, kann man das Verhältnis (10) unter folgender Form schreiben :

$$(12)\qquad I_1(s)=\frac{U_m\omega s}{(a+L_0)(s^2+\omega^2)(s-\beta)(s-\gamma)}.$$

Berücksichtigend die operationelle Gl. (9), das Verhältnis (12) und daß die eigene Pulsation des mechanischen Systems $\omega_0=\sqrt{k/M}$ ist, ergibt sich die integrale Konvolutionsgleichung welche die Erhaltung einer höheren Approximation erlaubt

$$(13)\quad I(s)=\frac{U_m\omega s}{(a+L_0)(s^2+\omega^2)(s-\beta)(s-\gamma)}+\frac{U_m^3b\omega^3s^2}{(a+L_0)^4(s-\beta)(s-\gamma)}\times$$

$$\times\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\left[\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\frac{\sigma_1(s-\sigma-\sigma_1)}{(\sigma_1^2+\omega^2)(\sigma_1-\beta)(\sigma_1-\gamma)[(s-\sigma-\sigma_1)^2+\omega^2](s-\sigma-\sigma_1-\beta)(s-\sigma-\sigma_1-\gamma)}d\sigma_1\right]\times$$

$$\times\frac{\sigma}{(\sigma^2+\omega^2)(\sigma-\beta)(\sigma-\gamma)}d\sigma-\frac{U_m^3L_2^2\omega^3s}{2M(a+L_0)^4(s-\beta)(s-\gamma)}\times$$

$$\times\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\frac{\sigma^2}{(\sigma^2+\omega^2)(\sigma-\beta)(\sigma-\gamma)}\left[\frac{1}{(s-\sigma)^2+\omega_0^2}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\frac{\sigma_1(s-\sigma-\sigma_1)}{(\sigma_1^2+\omega^2)(\sigma_1-\beta)(\sigma_1-\gamma)[(s-\sigma-\sigma_1)^2+\omega^2](s-\sigma-\sigma_1-\beta)(s-\sigma-\sigma_1-\gamma)}d\sigma_1\right]d\sigma-$$

$$-\frac{U_m^3L_2^2\omega^3s^2}{2M(a-L_0)^4(s-\beta)(s-\gamma)}\cdot\frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\frac{\sigma(s-\sigma)}{(\sigma^2+\omega^2)(s-\beta)(s-\gamma)}\left[\frac{1}{(s-\sigma)^2+\omega_0^2}\cdot\frac{1}{2\pi j}\times\right.$$

$$\left.\times\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\frac{\sigma_1(s-\sigma-\sigma_1)}{(\sigma_1^2+\omega^2)(\sigma_1-\beta)(\sigma_1-\gamma)[(s-\sigma-\sigma_1)^2+\omega^2](s-\sigma-\sigma_1-\beta)(s-\sigma-\sigma_1-\gamma)}d\sigma_1\right]d\sigma. \tag{13}$$

Wen man für die Berechnung der Integralen die Methode der Reste anwendet und wenn man die Ausdrücke welche exponentiellen Funktionen mit negativem Exponent vernachlässigt, erhält man für den Strom im ständigem Regime einen Ausdruck von der Form :

$$i(t)=A_1\sin(\omega t+\varphi_1)+A_2\sin(3\omega t+\varphi_2)+$$
$$+A_3\sin[(\omega+\omega_0)t+\varphi_3]+A_4\sin[(\omega-\omega_0)t+\varphi_4]. \tag{14}$$

Schlußfolgerungen

Die vorgeschlagene Berechnungsmethode erlaubt die Erhaltung einer analytischen Lösung für der elektrischen Kreis des elektromagnetischen ferroresonanten Oszillators. Die erhaltene Lösung hebt das Spektrum des Obertons, des Stromes und die Abhängigkeit dessen Amplitude hervor, sowie auch die der anfänglichen Phasen von Kreisparameter, des zugestellten mechanischen Systems und die Speisespannung.

Eingegangen am 23. November 1981

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für elektrische Anwendungen
und Automatisierung

LITERATURVERZEICHNIS

1. Hayashi Ch., *Nonlinear Oscillations in Physical Systems.* McGraw-Hill Book Co., 1964.
2. Marinescu M., Vazaca Cr., *Despre circuite electromecanice neliniare instabile.* Bul. şt. Acad. R.P.R., **I**, *6*, 627–636 (1949).
3. Nemescu V. M., *Regimul permanent al circuitului RLC neliniar şi parametric alimentat cu tensiune sinusoidală.* Bul. Inst. polit., Iaşi, **XXIV (XXVIII)**, *1–2*, s. III (1978).
4. Nemescu V. M., *Asupra circuitului RLC ferorezonant, neliniar şi parametric.* Bul. Inst. polit., Iaşi, **XXV (XXIX)**, *3–4*, s. III (1979).
5. Nemescu V. M., *Contribuţii la teoria şi utilizarea practică a oscilaţiilor lente în circuite ferorezonante.* Diss., TH Jassy, 1979.
6. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1973.

7. Savin Gh., Nemescu V. M., *Elektromechanische Schwingungen in ferroresonanten Netzwerken*. The First National Symp. on Nonlinear a. Parametric Electrical Circuits., Dec. 22—23, 1975, 31—38.
8. Stănciulescu Fl., *Analiza şi simularea sistemelor neliniare*. Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1974.

REGIMUL PERMANENT AL OSCILATORULUI ELECTROMECANIC FEROREZONANT

(Rezumat)

Se propune o metodă de calcul care permite obţinerea unei soluţii analitice pentru circuitul electric al oscilatorului electromecanic ferorezonant. Soluţia obţinută evidenţiază spectrul de armonici al curentului şi dependenţa amplitudinilor acestora cît şi a fazelor lor iniţiale de parametrii circuitului, ai sistemului mecanic asociat şi de tensiunea de alimentare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.C. 53; 621.3

UPON THE BEHAVIOUR OF ELECTROMAGNETIC LEVITATION SYSTEMS WITH GAP SENSOR LINEAR OUTPUT SIGNAL

BY

SAVEL MITREA, LORIN CANTEMIR and ILIE POPESCU

1. Introduction

It is well known that electrodynamic levitation systems are inherently stable while the electromagnetic ones are not. In order to stabilize the latter an automatic control of the gap must be employed. To this purpose gap sensors, whose output voltage is a function of the space between the pole surface of electromagnet and ferromagnetic rail, are used. In this paper we propose ourselves to investigate the possibilities of using gap sensors whose output voltage is a linear function of the gap in order to obtain a stable system.

2. System Equations

The geometry of electromagnet and ferromagnetic rail is shown in Fig. 1. In order to bring out the main features of system behaviour the following simplifying assumptions are made: a) hysteresis, eddy currents, saturation, leakage fluxes are absent; b) the magnetic field in the gap is uniform; c) magnetic voltage drop over the ferromagnetic path is negligible; d) the roughness of ferromagnetic ceiling and external perturbing forces are ignored. Under the above mentioned simplifying assumptions the dynamic behaviour of the system is described by the following equations:

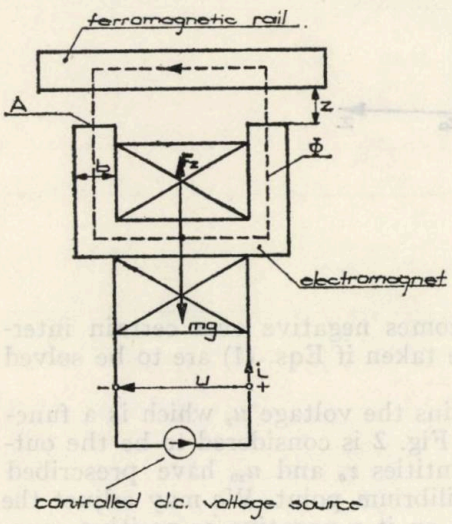


Fig. 1

$$(1)\quad Ri+\frac{d\psi}{dt}=u,\qquad m\frac{d^2z}{dt^2}=mg-F_z.$$

The following quantities will be considered as state variables of the system: $\psi=N\Phi$ — flux linkage (where

N designates the number of turns of electromagnet coil and Φ represents the core crossectional magnetic flux), z — gap and $v=\mathrm{d}z/\mathrm{d}t$ — velocity in the z direction.

In order to write Eqs. (1) in normal form the quantities i, F_z and u have to be expressed in terms of the aforementioned state variables. Taking into account the simplifying assumptions the current can be written as

$$i=\frac{2z\psi}{N^2\mu_0 A} \tag{2}$$

where $A=bl$ represents the area of of magnetic pole surface, and the electromagnet force is given by the relation

$$F_z=\frac{\psi^2}{N^2\mu_0 A}\,. \tag{3}$$

The electromagnet is supplied by a d.c. voltage source controlled by three superimposed signals corresponding to gap, velocity and acceleration. The voltage across the terminals of electromagnet can be written as follows :

$$u=k_z u_z+k_v\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}+k_a\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\,. \tag{4}$$

In view of the fact that the controlled d.c. source cannot reverse polarity the voltage u across the terminals of electromagnet will be zero

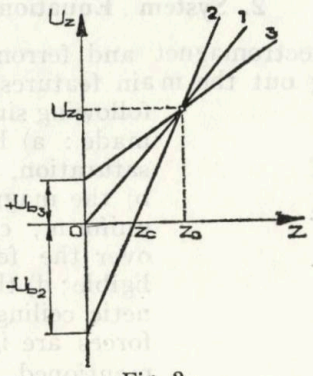


Fig 2

if the right member of relation (4) becomes negative over certain intervals of time. Consequently, care must be taken if Eqs. (1) are to be solved to obtain phase trajectories.

The first term in relation (4) contains the voltage u_z which is a function of the gap z. The straight line *1* in Fig. 2 is considered to be the output voltage of the gap sensor. The quantities z_0 and u_{z0} have prescribed values since they correspond to the equilibrium point. We may adjust the slope of straight line *1* and superimpose on it a negative or positive constant voltage in such a manner that straight lines as *2* or *3* are obtained,

which pass through the fixed point of coordinates z_0, u_{z0}. The intersection of the straight lines with the z axis is denoted by z_c. In view of the above the gap dependent voltage applied to the controlled source may be written as follows:

$$u_z = \frac{u_{z0}(z-z_c)}{z_0-z_c}. \tag{5}$$

Taking into account relations (2)...(5), Eqs. (1) can be written in normal form

$$\begin{cases} \dfrac{d\psi}{dt} = \dfrac{k_z u_{z0}(z-z_c)}{z_0-z_c} + k_v v + k_a\left(g - \dfrac{\psi^2}{mN^2\mu_0 A}\right) - \dfrac{2zR\psi}{N^2\mu_0 A} \triangleq f_1, \\ \dfrac{dz}{dt} = v \triangleq f_2, \quad \dfrac{dv}{dt} = g - \dfrac{\psi^2}{mN^2\mu_0 A} \triangleq f_3. \end{cases} \tag{6}$$

It is known from the nonlinear systems theory that the equilibrium point equations are obtained by making $f_1=f_2=f_3=0$. The equations have the form:

$$k_z u_{z0} - \frac{2z_0 R\psi_0}{N^2\mu_0 A} = 0, \quad g - \frac{\psi_0^2}{mN^2\mu_0 A} = 0, \tag{7}$$

and are solved for ψ_0 and u_{z0} since z_0 is a prescribed quantity.

3. Static Characteristics

A static characteristic of the system represents the function F_z obtained by very slow variation of the gap z, by aid of external mechanical means, such that the derivatives are zero all the time. Under such conditions Eq. (6_1) becomes:

$$\frac{k_z u_{z0}(z-z_c)}{z_0-z_c} - \frac{2zR\psi}{N^2\mu_0 A} = 0. \tag{8}$$

By substituting into (8) for u_{z0} obtained from (7), then solving it for ψ and introducing the result into (3) we get:

$$F_z = mg\left[\frac{z_0(z-z_c)}{z(z_0-z_c)}\right]^2. \tag{9}$$

By using the normalized quantities $F'_z=F_z/mg$, $z'=z/z_0$, and $\beta=z_c/z_0$, relation (9) becomes:

$$F'_z = \left(\frac{1-\beta/z'}{1-\beta}\right)^2, \tag{10}$$

where z' is positive and $z'\leqslant\beta$, consequently $F'_z=0$.

Fig. 3 shows a set of static characteristic drawn according to relation (10). In the first place one can see that static characteristics corresponding to $\beta\leqslant 0$ are unstable while those corresponding to $\beta\in(0, 1)$ are

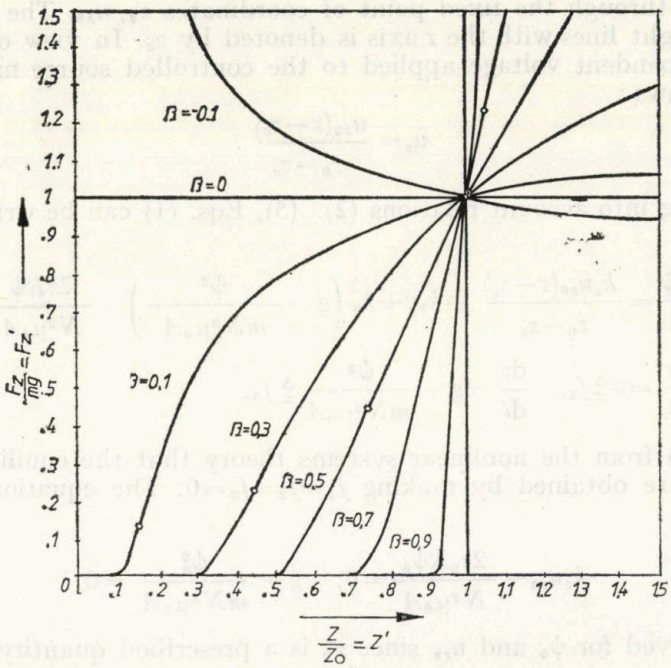


Fig. 3

stable. The stiffness and linearity of static characteristics increase as β gets closer to unity. The slope is zero at $z'=\beta$ and for $z'\to\infty$. The inflexion point is always found at $z'=1.5\,\beta$ and was marked on the corresponding characteristic by a small circle.

4. Stability

The system stability for small perturbations in the vicinity of equilibrium point is investigated by using H u r w i t z criterion. The characteristic equation is obtained from (6) in the form :

$$(11)\qquad \begin{vmatrix} \left.\frac{\partial f_1}{\partial \psi}\right|_0 - \lambda & \left.\frac{\partial f_1}{\partial z}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_1}{\partial v}\right|_0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ \left.\frac{\partial f_3}{\partial \psi}\right|_0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

where the partial derivatives $\partial f_i/\partial x_i|_0$ take values corresponding to the equilibrium point. By expanding (11) we get the third-order algebraic equation

$$(12)\qquad a_0\lambda^3+a_1\lambda^2+a_2\lambda+a_3=0,$$

where the coefficients have the form :

$$(13)\qquad \begin{cases} a_0=1,\ a_1=\dfrac{2z_0R}{N^2\mu_0A}+\dfrac{2k_a}{N}\sqrt{\dfrac{g}{m\mu_0A}}, \\ a_2=\dfrac{2k_v}{N}\sqrt{\dfrac{g}{m\mu_0A}}, \qquad a_3=\dfrac{4gR}{N^2\mu_0A}\left(\dfrac{1}{1-\beta}-1\right). \end{cases}$$

In the case of long electromagnets the coil resistance may be given by the approximate relation

$$(14)\qquad R=\frac{2\rho lN^2}{A_c},$$

where : ρ — resistivity, l — length of ferromagnetic core, A_c — effective crossectional area occupied by the conducting material. Taking also into account that the area of magnetic pole surface is $A=bl$, coefficients a_1 and a_3 take the form :

$$(15)\qquad a_1=\frac{4\rho z_0}{\mu_0bA_c}+\frac{2k_a}{N}\sqrt{\frac{g}{m\mu_0A}}, \qquad a_3=\frac{8\rho g}{\mu_0bA_c}\left(\frac{1}{1-\beta}-1\right).$$

It comes out from (13) and (15) that there are very limitted possibilities of handling the values of coefficients by resorting to ρ, b, A_c, A since these quantities must correspond to certain construction constraints. Therefore the adjustment of coefficients rests mainly upon the parameters k_a, k_v and β if prescribed roots of characteristic equation are to be obtained.

By applying Hurwitz criterion, the system is stable if the following conditions are fulfilled simultaneously :

$$(16)\qquad a_0, a_1, a_2, a_3>0\ ;\ a_1a_2-a_0a_3>0.$$

The first condition is fulfilled provided that $k_v>0$ and $\beta\in(0, 1)$, even if $k_a=0$. The second condition is also fulfilled if k_v exceeds a certain value, k_a not being necessarily present. Yet, if the obtaining of prescribed values for the roots λ_1, λ_2, λ_3 is pursued one has to have the possibility of adjusting coefficient a_1 as well, by resorting to the parameter k_a.

5. Conclusions

Although the state equations are written under certain simplifying assumptions we consider that the main features of system are sufficiently well outlined so as to form a good basis for the assesment of its behaviour. Linear output voltage of gap sensor can be used to obtain a stable system if a negative constant voltage is superimposed. Moreover, adjustment of the stiffness of static characteristic, an element of paramount importance in the system performance, is a simple task. Analysis of small perturbation stability of the system shows that three control parameters β, k_v, k_a

are necessary in order to obtain prescribed values of the roots of characteristic equation.

Received, January 19, 1982

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electrotechnics, Electrical Measurements and Machines
and
Department of Electrical Utilisations and Automation

ASUPRA COMPORTĂRII SISTEMELOR DE LEVITAŢIE ELECTROMAGNETICĂ CU SEMNAL DE IEŞIRE LINIAR AL TRADUCTORULUI DE ÎNTREFIER

(Rezumat)

Se arată că semnalul liniar de ieşire al unui traductor de întrefier poate fi utilizat la obţinerea unei caracteristici statice stabile dacă se suprapune o tensiune negativă constantă înainte de a-l aplica amplificatorului de putere. Rigiditatea caracteristicii statice poate fi reglată cu uşurinţă. De asemenea se arată că dacă se urmăreşte obţinerea unor valori prescrise ale rădăcinilor ecuaţiei caracteristice a sistemului sînt necesari trei parametri de comandă: întrefier, viteză şi acceleraţie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.C. 621.391

INTEGRAL TRANSFORMS ON ALGEBRAS (I)

BY

DANIEL CONDURACHE

1. F o u r i e r transform associates to any signal in $\mathbf{L}_1 = \{f : \mathbf{R} \to \mathbf{R} \mid \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{d}t < \infty\}$ a complex function of a real variable :

$$\mathcal{F}_f(\mathrm{j}\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}t, \quad (\mathrm{j}^2 = -1).$$

The existence of the inverse F o u r i e r transform :

$$\mathcal{F}_f^{-1}(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_f(\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega$$

has the significance of signal $f(t)$ synthesis by means of sinusoidal signals *representable symbolically on the complex algebra with the derivation operator* $\hat{\mathrm{d}} = \mathrm{j}\omega$.

In specified conditions [4], by help of L a p l a c e transform, the below complex function of a complex variable is associated to a signal :

$$\mathcal{L}_f(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t, \qquad (s = \delta + \mathrm{j}\omega).$$

The existence of the inverse transformation :

$$\mathcal{L}_f^{-1}(t) = \frac{1}{2\pi\mathrm{j}}\int_{\delta-\mathrm{j}\infty}^{\delta+\mathrm{j}\infty} \mathcal{L}_f(s)\mathrm{e}^{st}\mathrm{d}s$$

signifies the synthesis of signal $f(t)$ by amortized sinusoidal signals *representable symbolically on the complex algebra with the derivation operator* $\hat{\mathrm{d}} = \delta + \mathrm{j}\omega$.

As continual signals may be represented symbolically on algebras over the real number field with the derivation operator fixed in the algebra, the considerations above impose the study of integral transforms like :

$$\hat{\mathbf{F}}_f = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-\hat{d}t}\, dt \tag{1}$$

on algebras on which continual signals with the derivation operator $\hat{d}$ are represented symbolically only after defining the exponential form of an element.

2. Let $\mathcal{P}$ be a 4th order commutative and associative algebra over the real number field with the multiplication table :

	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4
ε_1	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4
ε_2	ε_2	$-\varepsilon_1$	ε_4	$-\varepsilon_3$
ε_3	ε_3	ε_4	$-\varepsilon_1$	$-\varepsilon_3$
ε_4	ε_4	$-\varepsilon_3$	$-\varepsilon_2$	ε_1

(2)

With the notations : $\varepsilon_1=1$, $\varepsilon_2=i$, $\varepsilon_3=j$, $\varepsilon_n=ij$, the multiplication table (2) becomes :

$$1.i=i.1=i,\ 1.j=j.1=j,\ i.j=j.i=ij,\ i^2=j^2=-1,\ (ij)^2=1. \tag{3}$$

A certain element in the algebra :

$$\hat{w}=a_1+ia_2+ja_3+ija_4=(A_1+ijA_2)e^{i\psi}e^{j\varphi},\quad (a_i\in\mathbf{R}\ ;\ i=\overline{1,4}), \tag{4}$$

where :

$$\begin{cases} A_1, A_2=\dfrac{1}{2}\left[\sqrt{(a_1+a_4)^2+(a_2-a_3)^2}\pm\sqrt{(a_1-a_4)^2+(a_2+a_3)^2}\right], \\ \operatorname{tg}\psi=\dfrac{a_2A_1+a_3A_2}{a_1A_1-a_4A_2},\qquad \operatorname{tg}\varphi=\dfrac{a_4A_1-a_1A_2}{a_2A_1+a_3A_2} \end{cases} \tag{5}$$

represents symbolically, with the derivation operator $\hat{d}=i\omega_1+j\omega_2$, a pseudo-periodic amplitude and phase modulated signal :

$$s(t)=A(t)\sin[\omega_2 t+\theta(t)], \tag{6}$$

with :

$$A(t)=\sqrt{A_1^2\sin^2(\omega_2 t+\psi)+A_2^2\cos^2(\omega_2 t+\psi)},$$

$$\theta(t)=\varphi+\operatorname{arctg}\left[\frac{A_2}{A_1}\operatorname{ctg}(\omega_2 t+\psi)\right].$$

If element (4) is not a divisor of zero, a complete exponential form may be accepted :

$$a_1 + ia_2 + ja_3 + ija_4 = e^{\alpha + i\psi + j\varphi + ij\gamma},$$

where ψ and φ are given by expressions (5_1), respectively (5_2) and α and γ by :

$$e^{\alpha} = \sqrt{A_1^2 - A_2^2}, \quad \text{th } \gamma = \frac{A_2}{A_1}. \tag{7}$$

The quantity in (7_1) plays the role of norm for element $\hat{w}$ and shal$_1$ be denoted as $\|\hat{w}\|$. The divisors of zero in algebra are characterized by $\|\hat{w}\| = 0$.

For $\hat{w}$ fixed, there exist two unique elements denoted as $\hat{w}_*$ and $\hat{w}^*$ with the properties : $\hat{w}\hat{w}_* = (A_1 + ijA_2)^2$, respectively $\hat{w}\hat{w}^* = \|\hat{w}\|^2$. Their expressions are :

$$\hat{w}_* = a_1 - ia_2 - ja_3 + ija_4 = (A_1 + ijA_2)e^{-i\psi}e^{-j\varphi}, \tag{8}$$

$$\hat{w}^* = a_1 - ia_2 - ja_3 - ija_4 = (A_1 - ijA_2)e^{-i\psi}e^{-j\varphi}. \tag{9}$$

In what follows, elements like (4) shall be denoted as hypercomplex numbers, while (8) and (9) shall be considered as *quasi-conjugate*, respectively *conjugate* of element $\hat{w}$.

3. We shall denote as $\mathbf{F}$ the set of hypercomplex functions of two real variables : $\mathbf{F} = \{\hat{f} | \hat{f} : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \to \mathcal{P}\}$. Let be mapping $\hat{\mathbf{F}} : \mathbf{L}_1 \to \mathbf{F}$ given by the integral transformation :

$$\hat{\mathbf{F}}_f = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-(i\omega_1 + j\omega_2)t}\, dt, \tag{10}$$

T h e o r e m 1. *The integral transformation (10) exists for any function from* $\mathbf{L}_1$ *and is a monogenic one regarded as a hypercomplex function of a hypercomplex variable on the commutative algebra* $\mathcal{P}$.

P r o o f. On algebra $\mathcal{P}$ there exist the relations :

$$e^{-(i\omega_1 + j\omega_2)t} = \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t - i \sin \omega_1 t \cos \omega_2 t - j \cos \omega_1 t \sin \omega_2 t + ij \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t.$$

Appllying the additivity of the integral, relation (10) becomes :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_f = &\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t\, dt - i \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega_1 t \cos \omega_2 t\, dt - \\ &- j \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega_1 t \sin \omega_2 t\, dt + ij \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t\, dt. \end{aligned} \tag{11}$$

Any function in $\mathbf{L}_1$ assures the convergence of the four integrals in (1 1) and consequently transformation (10) exists for any function in $\mathbf{L}_1$.

To specify $\hat{\mathbf{F}}_f$ for a fixed function in $\mathbf{L}_1$ means to state four real functions, each of two scalar variables denoted as components of $\hat{\mathbf{F}}_f$:

$$\hat{\mathbf{F}}_f = \mathbf{F}_1(\omega_1, \omega_2) + \mathrm{i}\mathbf{F}_2(\omega_1, \omega_2) + \mathrm{j}\mathbf{F}_3(\omega_1, \omega_2) + \mathrm{ij}\mathbf{F}_4(\omega_1, \omega_2). \tag{12}$$

For the second part of the theorem, the exterior product is calculated:

$$\hat{\hat{\mathbf{F}}}_f \wedge \mathrm{d}(\mathrm{i}\omega_1 + \mathrm{j}\omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)[\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}\omega_1 + \mathrm{j}\omega_2)t} \wedge \mathrm{d}(\mathrm{i}\omega_1 + \mathrm{j}\omega_2)]\mathrm{d}t.$$

One may notice that this product is vanish identically on algebra $\mathcal{P}$. This demonstrates the monogenity of function $\hat{\mathbf{F}}_f$ on the commutative algebra $\mathcal{P}$.

Consequences.

1. Denoting the Fourier transform of function $f(t)$ as $\mathcal{F}_f(\omega)$ and applying known properties [5] we obtain successively:

$$\hat{\mathbf{F}}_f = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,\mathrm{e}^{-(\mathrm{i}\omega_1 + \mathrm{j}\omega_2)t}\,\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos\omega_2 t\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_1 t}\,\mathrm{d}t - \mathrm{j}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin\omega_2 t\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_1 t}\,\mathrm{d}t =$$

$$= \frac{\mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1 - \omega_2)] + \mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1 + \omega_2)]}{2} + \mathrm{ij}\,\frac{\mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1 - \omega_2)] - \mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1 + \omega_2)]}{2} =$$

$$= \mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1 + \omega_2)]\,\frac{1 - \mathrm{ij}}{2} + \mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1 - \omega_2)]\,\frac{1 + \mathrm{ij}}{2}.$$

Let be $\mathbf{E}_1 = \dfrac{1 - \mathrm{ij}}{2}$, $\mathbf{E}_2 = \dfrac{1 + \mathrm{ij}}{2}$; using the multiplication table (3), the following relations are obtained:

$$\mathbf{E}_1^2 = \mathbf{E}_1,\ \mathbf{E}_2^2 = \mathbf{E}_2,\ \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_2\mathbf{E}_1 = 0. \tag{13}$$

Accordingly, $\mathbf{E}_1$ and $\mathbf{E}_2$ are two orthogonal idempotentes of algebra $\mathcal{P}$. The separation:

$$\hat{\mathbf{F}}_f = \mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1 + \omega_2)]\mathbf{E}_1 + \mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1 - \omega_2)]\mathbf{E}_2 \tag{14}$$

is consequently unique in the algebra [4].

2. Due to the monogenity of function $\hat{\mathbf{F}}_f(\mathrm{i}\omega_1 + \mathrm{j}\omega_2)$, it results [7]:

$$\mathrm{i}\frac{\partial \hat{\mathbf{F}}_f}{\partial \omega_2} = \mathrm{j}\frac{\partial \hat{\mathbf{F}}_f}{\partial \omega_1}$$

and then:

$$-\frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \omega_2} + \mathrm{i}\frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \omega_2} - \mathrm{j}\frac{\partial \mathbf{F}_4}{\partial \omega_2} + \mathrm{ij}\frac{\partial \mathbf{F}_3}{\partial \omega_2} = -\frac{\partial \mathbf{F}_3}{\partial \omega_1} - \mathrm{i}\frac{\partial \mathbf{F}_4}{\partial \omega_1} + \mathrm{j}\frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \omega_1} + \mathrm{ij}\frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \omega_1},$$

so that:

$$(15)\qquad \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \omega_2} = -\frac{\partial \mathbf{F}_4}{\partial \omega_1},\ \frac{\partial \mathbf{F}_3}{\partial \omega_2} = \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \omega_1},\ \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \omega_2} = \frac{\partial \mathbf{F}_3}{\partial \omega_1},\ \frac{\partial \mathbf{F}_4}{\partial \omega_2} = -\frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \omega_1}.$$

From (15) it also results :

$$(16)\qquad \frac{\partial^2 \mathbf{F}_1}{\partial \omega_1^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{F}_1}{\partial \omega_2^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{F}_4}{\partial \omega_1^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{F}_4}{\partial \omega_2^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{F}_2}{\partial \omega_1^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}_2}{\partial \omega_2^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{F}_3}{\partial \omega_1^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}_3}{\partial \omega_2^2} = 0.$$

Relations (16) represent a necessary condition so that a function from $\mathbf{F}$ should be the image of a function in $\mathbf{L}_1$ as a result of the integral transformation (10).

The existence of such relations between the components of $\hat{\mathbf{F}}_f$ suggests the possibility of using this kind of integral transformation in problems concerning field theory as well as some equations of mathematical physics [6]...[8].

T h e o r e m 2. *The integral transformation* (10) *is an* **R***-linear, injective mapping and has the following properties* :

$$(17)\qquad \begin{cases} \hat{\mathbf{F}}_{\mathrm{d}^k f/\mathrm{d}t^k} = (\mathrm{i}\omega_1 + \mathrm{j}\omega_2)^k \hat{\mathbf{F}}_f,\ \dfrac{\mathrm{d}^k f}{\mathrm{d}t^k} \in \mathbf{L}_1,\ k \in \mathbf{N}, \\ \hat{\mathbf{F}}_{f*g} = \hat{\mathbf{F}}_f \hat{\mathbf{F}}_g,\quad \hat{\mathbf{F}}_{\delta(t)} = 1. \end{cases}$$

P r o o f. The **R**-linearity is a direct consequence of the **R**-linearity of the integral.

The injectivity results both from the injectivity of the F o u r i e r transform and of the uniqueness of separation (14) if we identify two functions which coincide almost everywhere.

Using the multiplication table (3), one notices that element $\hat{\mathrm{d}} = \mathrm{i}\omega_1 + \mathrm{j}\omega_2$ acquires the unique notation :

$$(18)\qquad \hat{\mathrm{d}} = \mathrm{i}(\omega_1 + \omega_2)\mathbf{E}_1 + \mathrm{i}(\omega_1 - \omega_2)\mathbf{E}_2 .$$

By definition :

$$\mathrm{e}^{-\hat{\mathrm{d}}t} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\hat{\mathrm{d}})^k t^k}{k!}.$$

With (13) and (18) it results :

$$(-\hat{\mathrm{d}})^k = [-\mathrm{i}(\omega_1 + \omega_2)]^k \mathbf{E}_1 + [-\mathrm{i}(\omega_1 - \omega_2)]^k \mathbf{E}_2 .$$

Consequently :

$$(19)\qquad \mathrm{e}^{-\hat{\mathrm{d}}t} = \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{[-\mathrm{i}(\omega_1+\omega_2)]^k}{k!} t^k \right\} \mathbf{E}_1 + \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{[-\mathrm{i}(\omega_1-\omega_2)]^k}{k!} t^k \right\} \mathbf{E}_2 .$$

Taking into account the definition of the exponential of a complex number, from (19) we obtain :

$$(20)\qquad \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}\omega_1 + \mathrm{j}\omega_2)t} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_1+\omega_2)t} \mathbf{E}_1 + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_1-\omega_2)t} \mathbf{E}_2 .$$

The following relations result successively :

$$\hat{\mathbf{F}}_{\mathrm{d}^k f/\mathrm{d}t^k} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(i\omega_1 + j\omega_2)t} \frac{d^k f}{dt^k} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^k f}{dt^k} e^{-i(\omega_1+\omega_2)t} dt\, \mathbf{E}_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^k f}{dt^k} e^{-i(\omega_1-\omega_2)t} dt\, \mathbf{E}_2 =$$

(21)
$$= [i(\omega_1+\omega_2)]^k \mathcal{F}[i(\omega_1+\omega_2)]\mathbf{E}_1 + [i(\omega_1-\omega_2)]^k \mathcal{F}(i(\omega_1-\omega_2)]\mathbf{E}_2 =$$

$$= \{[i(\omega_1+\omega_2)]^k \mathbf{E}_1 + [i(\omega_1-\omega_2)]^k \mathbf{E}_2\}\{\mathcal{F}[i(\omega_1+\omega_2)]\mathbf{E}_1 + \mathcal{F}[i(\omega_1-\omega_2)]\mathbf{E}_2\} =$$

$$= (i\omega_1 + j\omega_2)^k \{\mathcal{F}[i(\omega_1+\omega_2)]\mathbf{E}_1 + \mathcal{F}[i(\omega_1-\omega_2)]\mathbf{E}_2\}.$$

From (14) and (21) it results (17_1).

The other stated properties are demonstrated after an analogous reasoning and using the known properties of F o u r i e r transform.

O b s e r v a t i o n. It is obvious that $\delta(t) \notin \mathbf{L}_1$, and the last property in Theorem 2 may be rigurously demonstrated by extending the domain of transformation $\hat{\mathbf{F}}$ to spaces of functions ampler than $\mathbf{L}_1$. One may demonstrate that the functional space adequate to define this kind of transformations is the space ρ' of distributions [9]. This aspect shall be subject to a subsequent paper.

T h e o r e m 3. *Transformation* (10) *is an invertible one and the form of its inverse is* :

$$\hat{\mathbf{F}}_f^{-1}(t) = \frac{f(t+0)+f(t-0)}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{P}} \hat{\mathbf{F}}_f e^{(i\omega_1 + j\omega_2)t} d(\omega_1 - ij\omega_2). \tag{22}$$

P r o o f. Similarly to (20), it also results :

$$e^{(i\omega_1 + j\omega_2)t} = e^{i(\omega_1+\omega_2)t}\mathbf{E}_1 + e^{i(\omega_1-\omega_2)t}\mathbf{E}_2. \tag{23}$$

$\omega_1 - ij\omega_2$ also acquire the unique denotation :

$$\omega_1 - ij\omega_2 = (\omega_1+\omega_2)\mathbf{E}_1 + (\omega_1-\omega_2)\mathbf{E}_2. \tag{24}$$

From (14), (23) and (24) it results :

$$\hat{\mathbf{F}}_f e^{(i\omega_1+\omega_2)t} d(\omega_1 - ij\omega_3) = \mathcal{F}[i(\omega_1+\omega_2)] e^{i(\omega_1+\omega_2)t} d(\omega_1+\omega_2)\mathbf{E}_1 +$$

(25)
$$+ \mathcal{F}[i(\omega_1-\omega_2)] e^{i(\omega_1-\omega_2)t} d(\omega_1-\omega_2)\mathbf{E}_2.$$

Taking into consideration the inversion formula of F o u r i e r transform and (25) it results :

$$\frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}} \hat{\mathbf{F}}_f e^{(i\omega_1+j\omega_2)t} d(\omega_1 - ij\omega_2) = \frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}} \mathcal{F}[i(\omega_1+\omega_2)] e^{i(\omega_1+\omega_2)t} d(\omega_1+\omega_2)\mathbf{E}_1 +$$

$$+ \frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}} \mathcal{F}[i(\omega_1-\omega_2)] e^{i(\omega_1-\omega_2)t} d(\omega_1-\omega_2)\mathbf{E}_2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(i\omega) e^{i\omega t} d\omega\, \mathbf{E}_1 +$$

$$+ \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(i\omega) e^{i\omega t} d\omega\, \mathbf{E}_2 = \frac{f(t+0)+f(t-0)}{2}(\mathbf{E}_1 + \quad_2) = \frac{f(t+0)+f(t-0)}{2}.$$

O b s e r v a t i o n. The existence of the inversion formula (25) points out to the possibility to synthesise any signal in $\mathbf{L}_1$ by means of signals representable symbolically on algebra $\mathcal{P}$ with the derivation operator $\hat{d}=i\omega_1+j\omega_2$, i.e. signals like (6).

We emphasise on the oportunity to approximate signals in $\mathbf{L}_1$ by means of finite sums of signals like (6) in whose proceeding an advantageous symbolic device may be applied.

4. We shall denote as $_2$ the set $_2=\{f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}\,|\int_{-\infty}^{\infty}f^2(t)\mathrm{d}t<\infty\}$. Let be $\mathbf{L}=\mathbf{L}_1\cap\mathbf{L}_2$ and $\mathbf{F}_L$ the image of set $\mathbf{L}$ given by transformation $\hat{\mathbf{F}}$ (10). Using a well-known theory due to P l â n c h e r e l [5], and separations like (14), (23) and (24), we may demonstrate:

L e m m a 1. *The restriction to mapping* (10) $\hat{\mathcal{F}}:\mathbf{L}\to\mathbf{F}_L$ *is an isomorphism of linear spaces.*

We now consider on $\mathbf{F}_L$ the mapping $H:\mathbf{F}_L\times\mathbf{F}_L\to\mathbf{R}$ given by:

$$H(\hat{\mathbf{F}}_1,\hat{\mathbf{F}}_2)=\frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}}\hat{\mathbf{F}}_1\hat{\mathbf{F}}_{2*}\,\mathrm{d}(\omega_1-\mathrm{ij}\omega_2), \tag{26}$$

where $\mathbf{F}_{2*}$ is the quasi-conjugate of $_2$ (8).

L e m m a 2. *Space* $\mathbf{F}_L$ *is a prehilbertian one related to the inner product* (26).

P r o o f. Let be $f_1(t)=\hat{\mathbf{F}}_1^{-1}$ and $f_2(t)=\hat{\mathbf{F}}_2^{-1}$. Based on Lemma 1, $f_1(t)$ and $f_2(t)$ exist and are unique. We consider expression $\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t)f_2(t)\mathrm{d}t$ which is convergent in the given hypotheses. Using (22) we obtain successively:

$$\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t)f_2(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t)\left[\frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}}\hat{\mathbf{F}}_2\mathrm{e}^{(i\omega_1+j\omega_2)t}\,\mathrm{d}(\omega_1-\mathrm{ij}\omega_2)\right]\mathrm{d}t=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t)\left\{\int_{\mathcal{P}}\mathcal{F}_2[i(\omega_1+\omega_2)]\mathrm{e}^{i(\omega_1+\omega_2)t}\,\mathrm{d}(\omega_1+\omega_2)\mathbf{E}_1+\right.$$

$$\left.+\int_{\mathcal{P}}\mathcal{F}_2[i(\omega_1-\omega_2)]\mathrm{e}^{i(\omega_1-\omega_2)t}\,\mathrm{d}(\omega_1-\omega_2)\mathbf{E}_2\right\}\mathrm{d}t=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}}\mathcal{F}_2[i(\omega_1+\omega_2)]\left[\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t)\mathrm{e}^{i(\omega_1+\omega_2)t}\mathrm{d}t\right]\mathrm{d}(\omega_1+\omega_2)\mathbf{E}_1+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}}\mathcal{F}_2[i(\omega_1-\omega_2)]\left[\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t)e^{i(\omega_1-\omega_2)t}dt\right]d(\omega_1-\omega_2)\mathbf{E}_2=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}}\mathcal{F}_2[i(\omega_1+\omega_2)]\,\mathcal{F}_1^*[i(\omega_1+\omega_2)]d(\omega_1+\omega_2)\,\mathbf{E}_1+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}}\mathcal{F}_2[i(\omega_1-\omega_2)]\mathcal{F}_1^*[i(\omega_1-\omega_2)]d(\omega_1-\omega_2)\mathbf{F}_2=\frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}}\hat{\mathbf{F}}_2\hat{\mathbf{F}}_{1*}d(\omega_1-ij\omega_2).$$

It has been taken into account that from (14) it results :

$$\hat{\mathbf{F}}_{*f}=\mathcal{F}_f^*[i(\omega_1+\omega_2)]\mathbf{E}_1+\mathcal{F}_f^*[i(\omega_1-\omega_2)]\mathbf{E}_2.$$

Relation $\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t)f_2(t)\,dt=\int_{\mathcal{P}}\frac{1}{2\pi}\hat{\mathbf{F}}_1\hat{\mathbf{F}}_{2*}d(\omega_1-ij\omega_2)$ is demonstrated in an analogous way. Relation :

$$(27)\qquad \int_{-\infty}^{\infty}f_1(x)f_2(x)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}}\hat{\mathbf{F}}_1\hat{\mathbf{F}}_{2*}d(\omega_1-ij\omega_2)=\frac{1}{2\pi}\int_{\mathcal{P}}\hat{\mathbf{F}}_{1*}\hat{\mathbf{F}}_2d(\omega_1-ij\omega_2)$$

is consequently a true one everywhere in $\mathbf{F}_L$.

From (27) there result the properties :

$$(28)\qquad H(\hat{\mathbf{F}}_1,\hat{\mathbf{F}}_2)=H(\hat{\mathbf{F}}_2,\hat{\mathbf{F}}_1),\quad H(\hat{\mathbf{F}}_1,\hat{\mathbf{F}}_1)\geqslant 0,\quad H(\hat{\mathbf{F}}_1,\hat{\mathbf{F}}_1)=0\Rightarrow\hat{\mathbf{F}}_1=0.$$

Properties (28) demonstrate the enunciation. Relations (27) and Lemma I also prove :

Theorem 4. *The restriction to mapping* (10) $\hat{\mathbf{F}}:\mathbf{L}\to\hat{\mathbf{F}}_L$ *is an isomorphism which keeps the inner products.*

Observation. From relation (27) written for $f_1(t)=f_2(t)=f(t)$, it results that the norm induced by the inner product (26) :

$$(29)\qquad N(\hat{\mathbf{F}}_f)=\sqrt{H(\hat{\mathbf{F}}_f,\hat{\mathbf{F}}_f)}$$

characterizes the energy of signal :

$$(30)\qquad \int_{-\infty}^{\infty}f^2(t)dt=N^2(\hat{\mathbf{F}}_f).$$

5. Let :

$$\hat{\mathbf{F}}=\mathbf{F}_1(\omega_1,\omega_2)+i\mathbf{F}_2(\omega_1,\omega_2)+j\mathbf{F}_3(\omega_1,\omega_2)+ij\mathbf{F}_4(\omega_1,\omega_2)$$

be an element in $\mathbf{F}_L$. For those domains in $\mathbf{R}\times\mathbf{R}$ for which $\hat{\mathbf{F}}$ is not a divisor of zero in $\mathcal{P}$, four real functions of two scalar variables $\alpha(\omega_1,\omega_2)$, $\psi(\omega_1,\omega_2)$, $\varphi(\omega_1,\omega_2)$, $\gamma(\omega_1,\omega_2)$, may be determined in only one way so that :

$$\hat{\mathbf{F}}=e^{\alpha(\omega_1,\omega_2)+i\psi(\omega_1,\omega_2)+j\varphi(\omega_1,\omega_2)+ij\gamma(\omega_1,\omega_2)}.$$

The norm of element $\hat{\mathbf{F}}$ which is, by definition (s. (7_1)) :

$$\|\hat{\mathbf{F}}\| = e^{\alpha(\omega_1, \omega_2)}, \tag{31}$$

has an important significance given by :

Theorem 5. *The energy of a signal in* **L** *is completely determined by the knowledge of the norm of its hypercomplex transform* (10) :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\iint_{-\infty}^{\infty}\|\hat{\mathbf{F}}_f\|^2 \mathrm{d}\omega_1 \mathrm{d}\omega_2}. \tag{32}$$

Proof. From (14) we obtain :

$$\|\hat{\mathbf{F}}_f\|^2 = |\mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1+\omega_2)]|\,|\mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1-\omega_2)]|$$

and consequently :

$$\iint_{R\times R}\|\hat{\mathbf{F}}_f\|^2 \mathrm{d}\omega_1 \mathrm{d}\omega_2 = \iint_{R\times R}|\mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1+\omega_2)]|^2 |\mathcal{F}_f[\mathrm{i}(\omega_1-\omega_2)]|^2 \mathrm{d}\omega_1 \mathrm{d}\omega_2 =$$

$$= \iint_{R\times R}|\mathcal{F}_f(\mathrm{i}\eta)|\,|\mathcal{F}_f(\mathrm{i}\xi)|\mathrm{d}\eta\,\mathrm{d}\xi = \left[\int_R \mathcal{F}_f(\mathrm{i}\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega\right]^2 = 4\pi^2\left[\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\,\mathrm{d}t\right]^2.$$

Finally we obtain (32) :

Observation. From relation (27), established for $f_1(t) = f_2(t) = f(t)$, and (30), it results.

$$\int_{\mathcal{P}}\hat{\mathbf{F}}\hat{\mathbf{F}}_*\mathrm{d}(\omega_1 - \mathrm{ij}\omega_2) = \sqrt{\iint_{-\infty}^{\infty}\|\hat{\mathbf{F}}_f\|\,\mathrm{d}\omega_1 \mathrm{d}\omega_2}. \tag{33}$$

Relation (33) is an important one because it points out that in certain conditions, in which the integration may be denoted as a product between a function and its hypercomplex quasi-conjugate, to effectuate the integral in algebra means in fact the double integration in the real number field.

Integrals like (33) also appear in the inverse transform (22).

6. The integral transformation proposed allows a general interpretation to the notion of „transferance" introduced in papers concerning the steady-state response of linear systems to excitations representable symbolically on algebras [1]...[3].

If a signal (6) ia applied to the input of a system, its steady-state response is representable symbolically on algebra $\mathcal{P}$ by element $\hat{w}\hat{H}$, where $\hat{H}$ is formally obtained by replacing, in the expression of Laplace transform, $H(s)$, the variable s with the expression of the derivation operator $\hat{\mathrm{d}} = \mathrm{i}\omega_1 + \mathrm{j}\omega_2$ [1], [3].

T h e o r e m 6. *The transferance of a linear system on algebra* $\mathcal{P}$, *is obtained by applying transform* (*10*) *to the weighting function of the system.*

P r o o f. Based on property (17_1), the response of a linear system to excitation $e(t)$ is given by the inverse transformation (22) applied to element :

$$\hat{\mathbf{R}} = \hat{H}(i\omega_1 + j\omega_2)\hat{\mathbf{F}}_{e(t)}, \tag{34}$$

where $\hat{H}(i\omega_1+j\omega_2)$ is the transferance of the system on algebra $\mathcal{P}$. However, from (17_3) and denoting as $h(t)$ the weighting function of the system in (34), we obtain :

$$\hat{H}(i\omega_1+j\omega_2)=\hat{\mathbf{F}}_{h(t)} .$$

O b s e r v a t i o n. Based on relation (14), a unique separation takes place :

$$\hat{H}(i\omega_1 + j\omega_2)=H(s)_{s=i(\omega_1+\omega_2)}\,\mathbf{E}_1 + H(s)_{s=i(\omega_1-\omega_2)}\mathbf{E}_2. \tag{35}$$

Relation (35) establishes a connection between the L a p l a c e transform of a system and its transferance on algebra $\mathcal{P}$.

All conditions imposed to the transferance of a system [3] regarding its undistorsionated response to modulated signals, the imposed form to the response for a given excitation, etc., become, by relation (35), explicite conditions for the L a p l a c e transfer function of the system.

Received, January 11, 1982

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electrotechnics,
Electrical Measurements and
Machines

REFERENCES

1. B r a i e r A., *New Algebraic Method in Dynamic System.* Lectures held at the Cosserat Session of C.I.S.M., Udine, 1972.
2. C o n d u r a c h e D., *Symbolic Representation of Signals on Hyperspaces* (*I*). Bul. Inst. polit., Iaşi, **XXVII (XXXI)**, *1—2*, s. III (1981).
3. C o n d u r a c h e D., *Symbolic Representation of Signals on Hyperspaces* (*II*), Bul. Inst. polit., Iaşi, **XXVII (XXXI)**, *3—4*, s. III (1981).
4. C r e a n g ă I., E n e s c u I., *Algebre.* Ed. Tehn., Buc., 1973.
5. S t a n o m i r D., S t ă n ă ş i l ă O., *Metode matematice în teoria semnalelor.* Ed. Tehn., Buc., 1980.
6. M o i s i l Gr., *Sisteme de ecuaţii cu derivate parţiale şi numere ipercomplexe.* An. Acad. R.P.R. seria A, **II**, *14*, 409—422 (1949).
7. R o ş c u l e t M., *Funcţii monogene pe algebre comutative.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1975.
8. S o m b r e r o L., *Algebra della funzioni ipercomplesse e sue applicazioni alla tecria matematica dell'elasticita.* Accad. d'Italia, Memorie della Classe di Sci. fiz., mat. e naturali, Roma, **6** (1934).
9. В л а д и м и р о в В. С., *Обобщенные функции в математической физике.* М., 1976.

TRANSFORMĂRI INTEGRALE PE ALGEBRE (I)

(Rezumat)

Studiul transformărilor integrale peste corpul numerelor complexe sugerează considerarea unor transformări integrale mai generale, definite pe algebre comutative, peste corpul numerelor reale. Unui semnal din $\mathbf{L}_1$ i se asociază astfel o funcţie hipercomplexă de variabilă hipercomplexă.

Se demonstrează posibilitatea sintezei oricărui semnal din $\mathbf{L}_1$ prin semnale pseudoperiodice modulate simultan în amplitudine şi fază. Se indică două procedee de normare a spaţiului prehilbertian al imaginilor funcţiilor din $\mathbf{L}_1 \cap \mathbf{L}_2$ cu semnificaţii energetice distincte. În acest cadru funcţional se dă o interpretare sugestivă noţiunii de transferanţă a unui sistem liniar [1], [3] stabilindu-se şi legătura acesteia cu funcţia de transfer L a p l a c e a sistemului considerat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. C. 538.114

AN INSTALLATION USED FOR DETERMINING THE PARTICLE CONCENTRATION IN FERROFLUIDS

BY

RADU OLARU, C. COTAE, GH. CĂLUGĂRU and EMIL LUCA

1. Introduction

To study the stability of ferrofluids in a gravitational field, function of various parameters of physical dimensions (time, temperature, magnetic field, etc.) one finds it necessary to evaluate the concentration of magnetic particles in ferrofluids by a good resolution method so that the small variations in the concentration of ferromagnetic particles in a vertical ferrofluid column could be noticed.

The method for measuring a physical dimension by modifying the inductance of a sounder coil in the oscillating circuit of an oscillator is well known in literature [1]...[3]. E. A. Peterson and co-workers have studied [1] the concentration effects in ferrofluids by using an installation based on the above mentioned principle, with a cylindrical sounder coil whose length is very small if compared to its diameter. In this case, the inductance of the coil is also largely determined by the ferrofluid near the coil ends and the indications obtained do not reflect precisely the properties of the ferrofluid inside the coil.

This paper deals with an installation used in determining the distribution of the concentration of ferromagnetic particles in a ferrofluid column when the sounder coil is perpendicular to the column axis.

2. Description of the Installation

The installation consists of a high frequency oscillator with the external coupled to a digital frequency-meter. The sounder coil is placed in a device that allows the movement of the glass tube containing the ferrofluid to be tested. The electrical scheme of the oscillator is shown in Fig. 1. The oscillator is of a Colpitts modified type, in a common base set [4]. The oscillating circuit consists of the sounder coil and the two capacitors, C_1 and C_2, parallel to the coil, C_2 being a semi-variable one for the purpose of stabilizing the working frequency (6.5...7 MHz). Capacitors C_3, C_4, C_5 are meant to diminish to a minimum the effect of the oscillations of the transistor capacities. The low value resistance in the collector prevents the occurrence of parasite oscillations. For compensation, capacitor C_2 is made from polystirene (stiroflex) with a negative temperature coefficient, while trimer C_1 is from ceramics, so that it has, like the sounder

coil, positive temperature coefficients. The variation of the oscillator frequency is less than 200 Hz per hour, fifteen minutes after it sets working.

The sounder coil is made of two 10 spiral half-coils, each of the conductors being IF stranded and distanced from one another to allow the passage of the glass tube with ferrofluid.

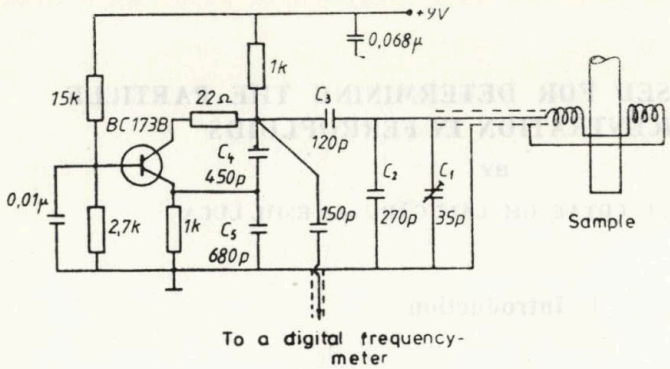


Fig. 1

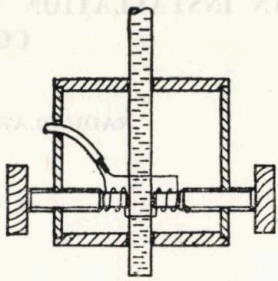


Fig. 2

The device for the fastening of the sounder coil (Fig. 2) is made from a cylindrical plastic carcass. Each of the half-coils is attached to a screw-rod. The spirals are stuck with resin to the support and the coupling to the oscillator is provided by a short coaxial screened cable.

When the glass tube with ferrofluid is introduced, the inductance of the coil leaps by ΔL which resultsin the variation, Δf, of the oscillator frequency measured with the digital frequencymeter. The variation of inductance ΔL depends on the mass of ferromagnetic particles in the quantity of ferrofluid between the halfcoils. By moving the tube vertically, we can test the layers of ferrofluid by observing the variations, Δf, and thus the distribution of the concentration of magnetic particles in the ferrofluid.

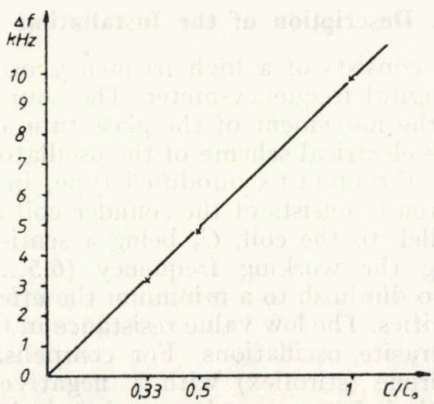


Fig. 3

The frequency variation Δf is proportional with the mass of ferromagnetic particles, as is shown in [2], and thus it is proportional with the concentration of magnetic particles in the ferrofluid. The standardizing curve of the installation function of the relative concentration $\Delta f = f(C/C_0)$ is drawn for a petrol based ferrofluid and a straight line is obtained (Fig. 3).

With another ferrofluid the standardizing is achieved simply by introducing the initial samples in the device and finding the point on the diagram (Δf, 1), which is then connected with the origin of the axes. The standardizing may vary with the changing of the ferrofluid as the magnetization of the ferrofluid depends on the dimensional distribution of the ferromagnetic particles according to the Langevin relation [5]:

$$M = \varepsilon M_s \sum_i \mathcal{L}\left(\frac{\mu_0 V_i M_s H}{kT}\right)\frac{n_i V_i}{\Sigma n_j V_j},$$

where ε is the volume concentration of the particles in the ferrofluid, M_s — the saturation magnetization of the solid from which the magnetic particles are taken, $n_i = n_j$ — the number of particles of the same size (V_i), V_i — the magnetic volume of the particles, V_j — the physical volume of the particles.

4. Conclusions

This installation work on the principle of the changing of an oscillator frequency due to the changing of the sounder coil inductance in the oscillating circuit caused by the introduction between the half-coils of a ferrofluid column perpendicular to the coil axis. The relative measurements of the concentration are referred back to the initial one, and thus the distribution of the concentration along the height of the ferrofluid column can be established in time under the influence of the gravitational field. Conclusions can be drawn about the stability of the ferrofluids subjected to the action of various outer agents.

Received, October 30, 1981

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Physics

REFERENCES

1. Peterson E. A., Krueger D. A., Perry M. P., Jones T. B., AIP Conf. Proc., *24*, 560 (1974).
2. Moore G. S. M., J. Sci. Instr., **6**, *12*, 1170 (1973).
3. Rabinovici R., Bădescu V., Rev. Roum. Phys., **22**, *8*, 891 (1977).
4. Băjen G., Stancu Gh., *Generatoare de semnale sinusoidale*. Ed. Tehn., Buc., 1979.
5. Kaiser R., Miskolczy G., J. Appl. Phys., **41**, *3*, 1064 (1970).

INSTALAȚIE PENTRU DETERMINAREA REPARTIȚIEI CONCENTRAȚIEI DE PARTICULE ÎN FEROFLUIDE

(Rezumat)

Se descrie o instalație pentru determinarea repartiției concentrației de particule feromagnetice într-o coloană de ferofluid, cînd bobina sondă este perpendiculară pe axa coloanei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.314.222.3

ASUPRA DEPENDENŢEI ERORILOR TRANSFORMATORULUI DE CURENT DE PARAMETRII DISPOZITIVULUI ELECTRONIC DE COMPENSARE AUTOMATĂ

DE

ELENA CREŢU şi ADRIAN CREŢU

1. Introducere

Studii anterioare referitoare la erorile transformatoarelor de curent compensate electronic [2], [3], [6], [7] au evidenţiat dependenţa acestora atît de parametrii transformatorului de curent cît şi de cei ai amplificatorului de corecţie utilizat. Expresiile analitice deduse în [7] — cele mai complete în stadiul actual — au fost obţinute, totuşi, într-o serie de ipoteze simplificatoare, printre care şi aceea că faza φ_a a amplificării dispozitivului de corecţie este nulă, condiţie realizabilă numai în anumite situaţii particulare.

Lucrarea de faţă, continuînd studiul din [7], are drept obiectiv principal stabilirea analitică exactă a dependenţei erorilor transformatorului de curent compensat electronic de modulul şi, îndeosebi, de faza amplificării dispozitivului de corecţie automată utilizat.

2. Erorile transformatorului de curent prevăzut cu amplificator de corecţie

Pentru calculul erorilor de raport şi de unghi ale transformatorului de curent compensat electronic, se consideră schema de principiu a procedeului electronic de compensare, reprezentată în fig. 1, în care semnalul de intrare în amplificatorul electronic de corecţie este preluat de pe înfăşurarea de indicator N_3 [3].

Amplificatorul de corecţie (AE) introduce în circuitul secundar o tensiune de corecţie [7]:

$$\underline{U}_\alpha = \underline{A}\,\underline{E}_{i\alpha} = \underline{A}\,\frac{N_3}{N_2}\,\underline{E}_{2\alpha}, \tag{1}$$

în care: $\underline{A} = A\,e^{j\varphi_\alpha}$ reprezintă amplificarea în tensiune a amplificatorului electronic; $\underline{E}_{i\alpha}$, $\underline{E}_{2\alpha}$ — t.e.m. indusă în înfăşurarea de indicator şi, respectiv, în înfăşurarea secundară, după cuplarea dispozitivului electronic de compensare; N_3, N_2 — numărul de spire ale înfăşurării de indicator şi, respectiv, ale înfăşurării secundare.

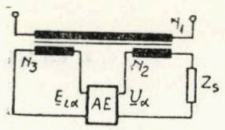


Fig. 1

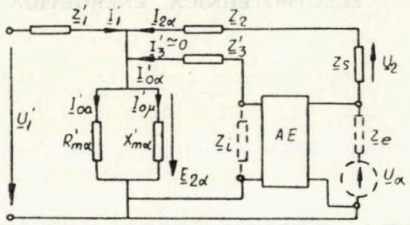


Fig. 2

Tensiunea de core ție, U_α, determină o modificare a amplitudinii inducției magnetice din miezul transformatorului de curent de la valoarea B_m, la valoarea [7] :

$$B_{m\alpha} = \frac{k_Z}{A \cdot N_3/N_2} B_m, \tag{2}$$

în care :

$$k_Z = \left| \frac{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_e}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_2} \right| = \left| \frac{\underline{Z}_{2t} + \underline{Z}_e}{\underline{Z}_{2t}} \right| = \left| \frac{\underline{Z}_{2t\alpha}}{\underline{Z}_{2t}} \right|, \tag{3}$$

$\underline{Z}_s$ reprezentînd impedanța de sarcină a circuitului secundar, $\underline{Z}_2$ — impedanța înfășurării secundare ; $\underline{Z}_e$ — impedanța de ieșire a amplificatorului electronic ; $\underline{Z}_{2t}$, $\underline{Z}_{2t\alpha}$ — impedanța totală a circuitului secundar înainte și, respectiv, după cuplarea dispozitivului electronic de compensare.

În mod corespunzător, t.e.m. indusă în înfășurarea secundară a transformatorului se modifică de la valoarea E_2, la valoarea :

$$E_{2\alpha} = \frac{k_Z}{AN_3/N_2} E_2. \tag{4}$$

Eroarea de raport, $\varepsilon_{i\alpha}$, a transformatorului de curent compensat electronic, rezultă din expresia generală [8] :

$$\varepsilon_{i\alpha} = \frac{I_{1m} - I_1}{I_1} \approx \frac{I_{1m} - I_1}{I_{1m}} = 1 - \frac{I_1}{k_{In} I_{2\alpha}} = 1 - \frac{I'_1}{I_{2\alpha}}, \tag{5}$$

în care : $k_{In} = N_2/N_1$ reprezintă raportul nominal de transformare al transformatorului de curent ; $I'_1 = I_1/k_{In}$ — intensitatea curentului primar raportată la secundar, iar $I_{2\alpha}$ — intensitatea curentului secundar al transformatorului de curent compensat electronic.

Raportul $I'_1/I_{2\alpha}$ se obține din ecuația de solenații a transformatorului de curent compensat electronic, raportat la secundar, a cărui schemă echivalentă este reprezentată în fig. 2, respectiv :

$$\underline{I}'_{0\alpha} = \underline{I}'_1 + \underline{I}_{2\alpha} + \underline{I}'_3. \tag{6}$$

Întrucît impedanța de intrare a amplificatorului electronic este foarte mare [6], curentul $I'_3 \approx 0$, astfel că ecuația (6) devine :

$$\underline{I}'_{0\alpha} \approx \underline{I}'_1 + \underline{I}_{2\alpha}. \tag{7}$$

Totodată curentul de mers în gol, $I'_{0\alpha}$, al transformatorului de curent compensat electronic poate fi scris și sub forma (fig. 2) :

$$\underline{I}'_{0\alpha} = \underline{I}'_{0\alpha} + \underline{I}'_{0\mu}, \tag{8}$$

în care :

$$\underline{I}'_{0\alpha} = -\frac{\underline{E}_{2\alpha}}{R'_{m\alpha}}, \tag{9}$$

iar :

$$\underline{I}'_{0\mu} = -\frac{\underline{E}_{2\alpha}}{jX'_{m\alpha}}. \tag{10}$$

Rezistența și reactanța ramurii de magnetizare, $R'_{m\alpha}$, respectiv $X'_{m\alpha}$, au expresiile [1] :

$$R'_{m\alpha} = C_a \frac{B^2_{m\alpha}}{p_{Fe\alpha}}, \qquad X'_{m\alpha} = C_\mu \mu_\alpha, \tag{11}$$

în care constantele C_a și C_μ depind de parametrii constructivi ai transformatorului și de frecvența tensiunii de alimentare, inducția $B_{m\alpha}$ rezultă din (2), iar $p_{Fe\alpha}$ și μ_α reprezintă pierderile, respectiv permeabilitatea magnetică a miezului transformatorului după compensarea electronică a erorilor.

Din fig. 2, aplicînd ecuația de tensiuni a lui K i r c h h o f f circuitului secundar al transformatorului de curent, se obține :

$$\underline{E}_{2\alpha} + \underline{U}_\alpha = (\underline{Z}_s + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_e)\underline{I}_{2\alpha}. \tag{12}$$

Ținînd cont de (1), din (12), rezultă :

$$\underline{E}_{2\alpha}\left(1 + \underline{A}\frac{N_3}{N_2}\right) = (\underline{Z}_s + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_e)\,\underline{I}_{2\alpha}. \tag{13}$$

Deoarece în practică $AN_3/N_2 \gg 1$, ecuația (13) devine în final :

$$\underline{E}_{2\alpha}\underline{A}\frac{N_3}{N_2} \approx (\underline{Z}_s + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_e)\,\underline{I}_{2\alpha}. \tag{14}$$

Dacă se notează :

$$\underline{Z}_{2t\alpha} = \underline{Z}_s + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_e = R_{2t\alpha} + jX_{2t\alpha} = Z_{2t\alpha}e^{j\psi_{2\alpha}}, \tag{15}$$

din ecuația (14) se obține imediat :

$$\underline{E}_{2\alpha} \approx \frac{\underline{Z}_{2t\alpha}}{\underline{A}\,N_3/N_2}\underline{I}_{2\alpha} = \frac{Z_{2t\alpha}e^{j\psi_{2\alpha}}}{(N_3/N_2)Ae^{j\varphi_a}}\underline{I}_{2\alpha}. \tag{16}$$

Din (8), ținînd cont de (9), (10) și (16), rezultă :

$$\underline{I}'_{0\alpha} = \left[-\frac{1}{R'_{m\alpha}} \cdot \frac{Z_{2t\alpha}}{AN_3/N_2}e^{(j\psi_{2\alpha}-\varphi_a)} + \frac{j}{X'_{m\alpha}} \cdot \frac{Z_{2t\alpha}}{A\,N_3/N_2}e^{j(\psi_{2\alpha}-\varphi_\alpha)}\right]\underline{I}_{2\alpha}, \tag{17}$$

care, după efectuarea tuturor calculelor, devine :

$$\underline{I}'_{0\alpha}=\frac{\underline{I}_{2\alpha}}{AN_3/N_2}\left\{-\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a+\left(\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a+j\left[\left(\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}-\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a+\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a\right]\right\}. \tag{18}$$

Din ecuaţia (7), ţinînd cont de (18), se obţine :

$$\frac{\underline{I}'_1}{-\underline{I}_{2\alpha}}=\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a+\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\right.$$

$$\left.-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a+1+j\left[\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a-\right. \tag{19}$$

$$\left.-\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a\right].$$

Modulul raportului (19) are forma :

$$\frac{I'_1}{I_{2\alpha}}=\left\{\left[\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a+\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a+1\right]^2+\left[\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a-\right.\right. \tag{20}$$

$$\left.\left.-\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a\right]^2\right\}^{1/2}.$$

Expresia analitică, a erorii, $\varepsilon_{i\alpha}$, rezultă imediat prin substituirea raportului (20) în ecuaţia (5), respectiv :

$$\varepsilon_{i\alpha}=1-\left\{\left[\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a+\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a+1\right]^2+\left[\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a-\right.\right. \tag{21}$$

$$\left.\left.-\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a\right]^2\right\}^{1/2}.$$

În practică, la transformatoarele de curent necompensate, termenii : $X_{2t}/R'_m-R_{2t}/X'_m$ şi $R_{2t}/R'_m+X_{2t}/X'_m$ sînt de ordinul de mărime $\sqrt{3}\cdot10^{-2}$, respectiv $2\cdot10^{-2}$ [1]. Întrucît la transformatoarele de curent compensate electronic aceşti termeni se împart prin $AN_3/N_2\gg1$, este evident că :

$$\left[\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a-\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a\right]^2\ll1. \tag{22}$$

În condiţiile întîlnite în practică, cînd relaţia (22) este satisfăcută, expresia erorii (21) se simplifică simţitor devenind :

$$(23)\qquad \varepsilon_{i\alpha}\approx -\frac{1}{AN_3/N_2}\left[\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a+\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a\right].$$

Notînd :

$$(24)\qquad \frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)=m,\qquad \frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)=n,$$

expresia (23) a erorii $\varepsilon_{i\alpha}$ devine în final :

$$(25)\qquad \varepsilon_{i\alpha}\approx -(m\cos\varphi_a+n\sin\varphi_a).$$

Pe baza relației (19), poate fi scrisă imediat și expresia analitică a erorii de unghi, $\delta_{i\alpha}$, a transformatorului de curent compensat electronic :

$$(26)\qquad \operatorname{tg}\delta_{i\alpha}\approx\delta_{i\alpha}=\frac{\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a-\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a}{\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a+\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a+1}.$$

Ținînd cont de cele menționate mai sus, expresia (26) poate fi de asemenea simplificată. Într-adevăr, deoarece :

$$(27)\qquad \frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a+\frac{1}{AN_3/N_2}\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a\ll 1,$$

eroarea de unghi poate fi aproximată prin expresia :

$$(28)\qquad \delta_{i\alpha}\approx\frac{1}{AN_3/N_2}\left[\left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}-\frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\cos\varphi_a-\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}}+\frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)\sin\varphi_a\right].$$

Ținînd cont de notațiile (24), expresia finală a erorii de unghi $\delta_{i\alpha}$ devine :

$$(29)\qquad \delta_{i\alpha}=n\cos\varphi_a-m\sin\varphi_a.$$

Analiza expresiilor (23) și (28) arată că erorile de raport, $\varepsilon_{i\alpha}$ și de unghi, $\delta_{i\alpha}$, ale transformatorului de curent prevăzut cu amplificator de corecție, depind de : parametrii circuitului secundar al transformatorului de curent, parametrii ramurii de magnetizare $R'_{m\alpha}$ și $X'_{m\alpha}$ (și prin aceștia, așa cum rezultă din (11), de proprietățile fizice ale materialului miezului corespunzătoare noului punct de funcționare pe caracteristica de magnetizare, de parametrii constructivi ai transformatorului și de frecvența tensiunii de alimentare) și de parametrii amplificatorului electronic utilizat și anume : modulul A și faza φ_a a amplificării în tensiune și rezistența R_e și reactanța X_e de ieșire care intervin în expresiile rezistenței $R_{2t\alpha}$ și respectiv reactanței $X_{2t\alpha}$.

Din expresiile (23) și (28), așa cum dealtfel s-a demonstrat și în [7], rezultă că valorile erorilor $\varepsilon_{i\alpha}$ și $\delta_{i\alpha}$ scad cu creșterea modulului amplifi-

cării A și cu micșorarea impedanței de ieșire a dispozitivului de compensare electronică utilizat. În cele ce urmează se va insista în special asupra modului de variație a acestor erori în funcție de faza φ_a a amplificării dispozitivului electronic de compensare.

3. Variația erorilor transformatorului de curent funcție de faza φ_a a amplificării în tensiune a dispozitivului electronic de compensare

Analiza expresiilor (25) și (29) arată că erorile $\varepsilon_{i\alpha}$ și $\delta_{i\alpha}$ au o variație armonică în raport cu faza φ_a, ele constituind rezultatul sumării algebrice a cîte două funcții armonice aflate în cuadratură.

Valoarea $\varphi_{a\varepsilon max}$ a fazei φ_a pentru care eroarea $\varepsilon_{i\alpha}$ trece prin maximum, rezultată în urma soluționării ecuației:

$$-m \sin \varphi_a + n \cos \varphi_a = 0, \tag{30}$$

se obține din:

$$\operatorname{tg} \varphi_{a\varepsilon max} = \frac{n}{m}. \tag{31}$$

Substituind $\varphi_{a\varepsilon max}$ în (23) rezultă valoarea maximă $\varepsilon_{i\alpha max}$ a erorii $\varepsilon_{i\alpha}$, respectiv:

$$\varepsilon_{i\alpha max} = \pm \frac{1}{AN_3/N_2} \sqrt{\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}} + \frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)^2 + \left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}} - \frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)^2} = \pm \sqrt{m^2+n^2}. \tag{32}$$

Valoarea $\varphi_{a\varepsilon_0}$ a fazei φ_a pentru care eroarea $\varepsilon_{i\alpha}$ se anulează, obținută prin soluționarea ecuației:

$$-(m \cos \varphi_a + n \sin \varphi_a) = 0, \tag{33}$$

rezultă din:

$$\operatorname{tg} \varphi_{a\varepsilon_0} = -\frac{m}{n} = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_{a\varepsilon max}}. \tag{34}$$

Se constată că între $\varphi_{a\alpha_0}$ și $\varphi_{a\varepsilon max}$ există relația:

$$\varphi_{a\varepsilon max} = \varphi_{a\varepsilon_0} \pm \frac{\pi}{2}. \tag{35}$$

Totodată, cunoscînd valorile $\varepsilon_{i\alpha max}$ și $\varphi_{a\varepsilon_0}$, expresia (23) a erorii de raport $\varepsilon_{i\alpha}$ poate fi pusă și sub forma relativ simplă:

$$\varepsilon_{i\alpha} = -\varepsilon_{i\alpha max} \sin (\varphi_a - \varphi_{a\varepsilon_0}), \tag{36}$$

în care $\varepsilon_{i\alpha max}$ este dată de (32), iar $\varphi_{a\varepsilon_0}$ rezultă din (34).

Analog se poate studia și variația erorii de unghi $\delta_{i\alpha} = f(\varphi_a)$. Astfel, valoarea $\varphi_{a\delta max}$ a fazei φ_a pentru care eroarea $\delta_{i\alpha}$ devine maximă, rezultată prin soluționarea ecuației:

$$-n \sin \varphi_a - m \cos \varphi_a = 0, \tag{37}$$

este dată de:

$$\operatorname{tg} \varphi_{a\delta\max} = -\frac{m}{n}. \tag{38}$$

Înlocuind $\varphi_{a\delta\max}$ din (38) în (28), se obține valoarea maximă $\delta_{i\alpha\max}$ a erorii de unghi $\delta_{i\alpha}$, respectiv:

$$\delta_{i\alpha\max} = \pm \frac{1}{AN_3/N_2} \sqrt{\left(\frac{R_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}} + \frac{X_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)^2 + \left(\frac{X_{2t\alpha}}{R'_{m\alpha}} - \frac{R_{2t\alpha}}{X'_{m\alpha}}\right)^2} = \tag{39}$$

$$= \pm \sqrt{m^2+n^2} = \varepsilon_{i\alpha\max}.$$

De asemenea, valoarea $\varphi_{a\delta_0}$ a fazei φ_a pentru care eroarea $\delta_{i\alpha}$ devine nulă, obținută prin rezolvarea ecuației (29), are expresia:

$$\operatorname{tg} \varphi_{a\delta_0} = \frac{n}{m} = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_{a\delta\max}}. \tag{40}$$

Analog cu eroarea de raport $\varepsilon_{i\alpha}$ și eroarea de unghi $\delta_{i\alpha}$ poate fi exprimată sub forma convenabilă:

$$\delta_{i\alpha} = \delta_{i\alpha\max} \sin (\varphi_a - \varphi_{a\delta_0}),$$

în care amplitudinea $\delta_{i\alpha\max}$ este dată de (39), iar $\varphi_{a\delta_0}$, de (40).

Întrucît în conformitate cu relațiile (31), (34), (38) și (40):

$$\varphi_{a\delta_0} = \varphi_{a\varepsilon\max}, \qquad \varphi_{a\varepsilon_0} = \varphi_{a\delta\max}, \tag{42}$$

ținînd cont de (35), expresia (41) a erorii de unghi $\delta_{i\alpha}$ poate fi pusă și sub forma evidentă:

$$\delta_{i\alpha} = \delta_{i\alpha\max} \sin\left(\varphi_a - \varphi_{a\varepsilon_0} \mp \frac{\pi}{2}\right) = \mp \delta_{i\alpha\max} \cos (\varphi_a - \varphi_{a\varepsilon_0}). \tag{43}$$

Prin urmare, dacă toți parametrii transformatorului de curent și ai dispozitivului de compensare electronică, cu excepția fazei φ_a a amplificării A, sînt menținuți la valori constante, erorile $\varepsilon_{i\alpha}$ și $\delta_{i\alpha}$ ale transformatorului de curent compensat electronic variază după două funcții sinusoidale (36), respectiv (43), aflate în cuadratură și avînd amplitudini egale.

Această concluzie este pe deplin confirmată și de diagrama fazorială a transformatorului de curent compensat electronic reprezentată în fig. 3, pe baza ecuațiilor (6) și (12), pentru cazul în care modulul amplificării A rămîne constant iar faza φ_a a acesteia variază în intervalul [0, 360°].

Cu $\underline{E}_{2\alpha 0}$ şi $\underline{\Phi}_{\alpha 0}$ s-au notat fazorii t.e.m. induse în secundarul transformatorului de curent şi, respectiv, fluxului magnetic din miezul acestuia, pentru cazul în care faza $\varphi_a=0$, cînd fazorii $\underline{E}_{2\alpha 0}$ şi $\underline{U}_\alpha$ sînt coliniari. Pentru $\varphi_a\neq 0$, oarecare, fazorul t.e.m. $\underline{E}_{2\alpha}$ este defazat cu φ_a în raport cu tensiunea de corecţie $\underline{U}_\alpha$ (v. rel. (1)) ; corespunzător, fluxul Φ_α din miezul transformatorului se va roti cu unghiul φ_a în raport cu $\underline{\Phi}_{\alpha 0}$.

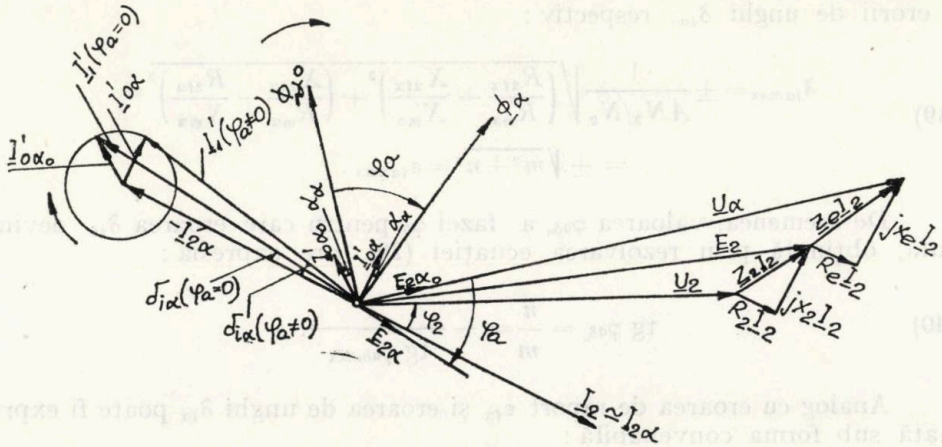


Fig. 3

Se menţionează că modulul fazorului $\underline{I}'_{0\alpha}$ al curentului de mers în gol şi unghiul de pierderi α_α sînt mărimi independente de faza φ_a. Aceasta se explică prin aceea că, în conformitate cu relaţia (2), deplasarea punctului de funcţionare al transformatorului pe caracteristica de magnetizare, ca urmare a cuplării dispozitivului de compensare electronică, este determinată numai de modulul amplificării A şi este independentă de faza acesteia. În consecinţă, la variaţia fazei φ_a în intervalul [0, 360°], vîrful fazorului $\underline{I}'_{0\alpha}$ şi, simultan cu el, vîrful fazorului $\underline{I}'_1=-\underline{I}_{2\alpha}+\underline{I}'_{0\alpha}$, se deplasează pe un cerc de rază egală cu $I'_{0\alpha}$.

Din diagrama fazorială se constată imediat că la variaţia fazei φ_a în intervalul [0, 360°], erorile $\varepsilon_{i\alpha}$ şi $\delta_{i\alpha}$ variază după două funcţii armonice aflate în cuadratură. Astfel cînd fazorii $\underline{I}'_1$, $-\underline{I}_{2\alpha}$ şi $\underline{I}'_{0\alpha}$ sînt coliniari eroarea de unghi devine nulă, iar eroarea de curent, maximă. Analog, cînd fazorii $\underline{I}'_{0\alpha}$ şi $-\underline{I}_{2\alpha}$ sînt perpendiculari, eroarea de unghi devine maximă, iar cea de curent, practic nulă.

Atît din expresiile analitice (36) şi (43), cît şi din diagrama fazorială dată în fig. 3, rezultă posibilitatea anulării uneia dintre cele două erori, $\varepsilon_{i\alpha}$, respectiv $\delta_{i\alpha}$, ale transformatorului de curent prin alegerea unui dispozitiv electronic de compensare adecvat.

De exemplu, în cazul în care faza φ_a a amplificării acestui dispozitiv este calculată pe baza relaţiei (34), eroarea de raport $\varepsilon_{i\alpha}$ a transformato-

Tabelul 1

$Z_s = Z_n$; $\cos \varphi_s = 0{,}8$

B_m, [T]	0,05	0,1	0,15	0,18
$\varepsilon_{i\alpha max}$, [%]	0,0292	0,0233	0,0203	0,0188
$\delta_{i\alpha max}$, [′]	1	0,8	0,697	0,646
$\varphi_{\alpha\varepsilon_0}$, [°]	42	44	46	48

Tabelul 2

$B_m = 0{,}18$ T ; $\cos \varphi_s = 0{,}8$

Z_s	$0{,}5Z$	Z_n	$1{,}5Z_n$	$2Z_n$
$\varepsilon_{i\alpha max}$, [%]	0,011	0,0189	0,026	0,034
$\delta_{i\alpha max}$, [′]	0,338	0,646	0,909	1,16
$\varphi_{\alpha\varepsilon_0}$, [°]	45	48	49	50

Tabelul 3

$B_m = 0{,}18$ T ; $Z_s = Z_n$

$\cos \varphi_s$	0,5	0,8	1
$\varepsilon_{i\alpha max}$, [%]	0,0143	0,0189	0,01899
$\delta_{i\alpha max}$, [′]	0,491	0,646	0,652
$\varphi_{s\varepsilon_0}$, [°]	52	48	18

rului de curent compensat electronic va fi practic nulă. În schimb eroarea de unghi devine în acest caz maximă.

De asemenea, expresiile analitice (36) și (41) permit aplicarea de corecții pentru orice transformator de curent compensat electronic.

În continuare, pe baza expresiilor (23) și (28) s-au determinat și trasat (fig. 4) variațiile erorilor $\varepsilon_{i\alpha}$ și $\delta_{i\alpha}$ în raport cu φ_a pentru un transformator de curent cu $S_n=5$ VA și $I_{2n}=5$ A. Miezul transformatorului, executat din tole de oțel laminate la rece tip M 6X de 0,35 mm, are lungimea $l=0{,}24$ m și secțiunea activă $S_a=2{,}34 \cdot 10^{-4}$ m². Înfășurarea secundară și cea de indicator au același număr de spire, $N_2=N_3=120$ spire. Impedanța de ieșire a dispozitivului electronic de corecție este neglijabilă iar amplificarea sa în tensiune are modulul $A=50$. Impedanța de sarcină este $\underline{Z}_s=\underline{Z}_n$ iar factorul de putere al sarcinii $\cos\varphi_s=0{,}8$. Punctul de funcționare corespunde unei inducții maxime $B_m=0{,}18$ T.

De asemenea, în tabelele 1...3 s-au redat valorile maxime $\varepsilon_{i\alpha max}$ și $\delta_{i\alpha max}$, obținute prin calcul, ale erorilor transformatorului menționat precum și valoarea fazei $\varphi_{a\varepsilon_0}$ a fazei φ_a, pentru diferite valori ale inducției magnetice maxime B_m, ale impedanței de sarcină Z_s și ale factorului de putere $\cos\varphi_s$ al sarcinii transformatorului.

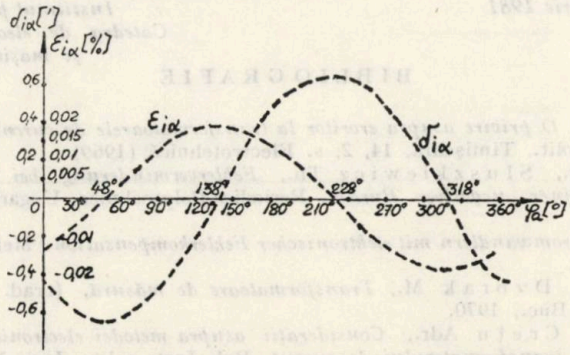


Fig. 4

Din analiza datelor cuprinse în aceste tabele se desprind următoarele concluzii practice :

a) Valorile maxime ale erorilor $\varepsilon_{i\alpha}$ și $\delta_{i\alpha}$ cresc, dar în limite relativ restrînse, cu micșorarea inducției B_m și cu creșterea modulului impedanței $\underline{Z}_s$ și a factorului de putere $\cos\varphi_s$; de remarcat că aceste erori rămîn foarte mici chiar și cînd impedanța de sarcină Z_s devine de două ori mai mare decît sarcina nominală Z_n.

b) Valoarea $\varphi_{a\varepsilon_0}$ a fazei φ_a pentru care eroarea de raport $\varepsilon_{i\alpha}$ a transformatorului de curent compensat electronic devine nulă, crește, de asemenea în limite foarte restrînse, cu creșterea inducției B_m și a impedanței Z_s. Ea scade însă mult cu creșterea factorului de putere.

4. Concluzii

1. S-au determinat expresiile analitice ale erorilor de raport $\varepsilon_{i\alpha}$ și de unghi $\delta_{i\alpha}$ ale transformatorului de curent compensat electronic și s-a trasat diagrama fazorială a acestuia.

2. S-a studiat riguros modul de variație a erorilor $\varepsilon_{i\alpha}$ și $\delta_{i\alpha}$ în raport cu modulul A și faza φ_a a amplificării în tensiune a dispozitivului de compensare electronică utilizat la transformatoarele de curent. Din acest studiu au rezultat următoarele concluzii cu importanță practică :

a) dacă toți parametrii transformatorului de curent și ai dispozitivului de compensare electronică, cu excepția fazei φ_a, sînt menținuți la valori constante, erorile $\varepsilon_{i\alpha}$ și $\delta_{i\alpha}$ variază după două funcții sinusoidale (36), respectiv (43), aflate în cuadratură și avînd amplitudini egale, fapt care permite aplicarea corecțiilor în raport cu φ_a ;

b) în funcție de necesități, prin adoptarea unei valori adecvate a fazei φ_a (pe baza relațiilor (34) sau (40)), există posibilitatea anulării uneia dintre cele două erori :

c) amplitudinile erorilor $\varepsilon_{i\alpha}$ și $\delta_{i\alpha}$ cresc, dar în limite foarte restrînse, odată cu micșorarea amplitudinii inducției magnetice și cu creșterea impedanței de sarcină a transformatorului și a factorului de putere a acesteia ;

d) valoarea $\varphi_{a\varepsilon_0}$ a fazei φ_a, pentru care eroarea de raport $\varepsilon_{i\alpha}$ devine practic nulă, crește, de asemenea în limite foarte reduse, odată cu creșterea amplitudinii inducției magnetice și a impedanței de sarcină.

Primită la 21 octombrie 1981

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de electrotehnică, măsuri
și mașini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Brașovan M., *O privire asupra erorilor la transformatoarele de curent.* Bul. șt. și tehn., Inst. polit., Timișoara, **14**, *2*, s. Electrotehnică (1969).
2. Istvanfy Gy., Sluszkiewicz Th., *Fehlerverminderung bei Stromwandlern mit Hilfe einer „negativen Burde".* Periodica Polytechnica, Ungaria, **7**, *1*, 137—155 (1965).
3. Friedl R., *Stromwandlern mit elektronischer Fehlerkompensation.* Meßtechnik, **10**, 241 (1968).
4. Kopecek J., Dvorak M., *Transformatoare de măsură,* (trad. din l. cehă). Ed. Tehn., Buc., 1970.
5. Agafiței El., Crețu Adr., *Considerații asupra metodei electronice de compensare a erorilor transformatorului de curent.* Bul. Inst. polit., Iași, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. III, 87—95 (1973).
6. Crețu Adr., Agafiței El., *Cercetări referitoare la compensarea automată a erorilor transformatoarelor de curent prin utilizarea unui amplificator electronic de putere mică asociat cu un transformator auxiliar.* Bul. Inst. polit., Iași, **XX (XXIV)**, *3—4*, s. III, 59—67 (1974).
7. Crețu El., Crețu Adr., Prisăcaru Adr., *Calculul și analiza erorilor transformatorului de curent compensat electronic.* Bul. Inst. polit., Iași, **XXVII (XXXI)**, *1—2*, s. III, 53—60 (1981).
8. Manolescu P., *Măsurări electrice industriale.* Vol. I, Ed. Tehn., Buc., 1966.

SUR LA DÉPENDENCE DES ERREURS DU TRANSFORMATEUR DE COURANT DES PARAMÈTRES DU DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE DE COMPENSATION AUTOMATIQUE

(Résumé)

On a déterminé les expressions analytiques des erreurs du transformateur de courant à compensation électronique. On a étudié la manière de variation de ceux-ci par rapport au module et à la phase de l'amplification en tension de l'amplificateur de correction. On a démontré que, par rapport à la phase φ_a de l'amplification en tension, les erreurs de rapport et d'angle du transformateur de courant varient suivant deux fonctions harmoniques en quadrature.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.K. 621.39

ÜBER DIE DURCHSCHNITTLICHE ÜBER EINEM KANAL ÜBERTRAGENE QUALITATIVE NACHRICHT

VON

VALERIU MUNTEANU, M. ANTONESCU, M. LUCANU
I. CLEJU und GH. ZAHARIA

1. Einleitung

Die qualitative, mit einer Mitteilung verknüpfte Nachricht und die durchschnittlichen qualitativen bedingten Nachrichten sind in der Arbeit [1] als Begriffe eingeführt worden. Unter Einbeziehung des subjektiven Charakters einer Mitteilung oder eines Wortes — der mit einer bestimmten Nützlichkeit eingeschätzt wird — sind Beziehungen für die qualitativen Entropien der Mitteilungsquelle, des vereinigten Eingang—Ausgang Feldes, sowie der bedingten Felder gewonnen worden. Es sind ebenfalls auch Beziehungen zwischen diesen Entropien bestimmt worden.

In der vorliegenden Arbeit schlägt man die Bestimmung der qualitativen durchschnittlichen über einem Kanal übertragenen Nachricht (d.ü.K.ü.N.) vor.

2. Die Herleitung der Berechnungsbeziehungen der qualitativen d.ü.K.ü.N.

Die Blockschaltung eines Übertragungskanals ist in der Abb. 1 dargestellt, wobei :

(1) $$[X]=[x_1, x_2, \ldots, x_n]$$

das Feld der am Eingang des Kanals C angebrachten Kodewörter und :

(2) $$[Y]=[y_1, y_2, \ldots, y_m]$$

das Feld der am Ausgang des Kanals empfangenen Wörter bedeuten.

Es wird angenommen, daß das Kanalalphabet begrenzt ist und daß die Störungen P, die auf dem Kanal erscheinen können, einen additiven Charakter haben.

Vor der Übertragung besitzt das Kodewort x_i, $(i=\overline{1, n})$, eine änfangliche Nützlichkeit $u(x_i)$, bzw. eine qualitative anfängliche potentielle Nachricht, die sich mit der Beziehung :

(3) $$i_u(x_i)=au(x_i),\ a\in R,\ u(x_i)\geqslant 0,$$

berechnen läßt, wie in der Arbeit [1] gezeigt wurde.

Es sei $u(x_i/y_j)$, $(i=\overline{1, n}\ ;\ j=\overline{1, m})$, die Nützlichkeit des Wortes x_i nach dem Empfang des Wortes y_j gegeben. Es folgt dann, laut [1], daß die qualitative Nachricht des Wortes x_i nach dem Empfang des Wortes y_j :

(4) $$i_u(x_i/y_j)=au(x_i/y_j)$$

ist. Unter Betrachtung der Beziehungen (3) und (4) läßt sich die qualitative über dem Kanal übertragene Nachricht folgendermaßen berechnen :

$$i_u(x_i, y_j) = i_u(x_i) - i_u(x_i/y_j) = a[u(x_i) - u(x_i/y_j)], \tag{5}$$

wobei die qualitative übertragene Nachricht mit $i_u(x_i, y_j)$ aufgezeichnet wurde. Aus der Beziehung (5) folgt die Möglichkeit der negativen Werte der über dem Kanal übertragene Nachricht falls :

$$u(x_i/y_j) > u(x_i). \tag{6}$$

Ist $p(x_i \cap y_j)$ die Wahrscheinlichkeit der Anbringung am Kanaleingang des Wortes x_i und des Empfangs am Ausgang des Wortes y_j, dann entscheidet die mittels der Beziehung (5) deffinierte qualitative Nachricht $i_u(x_i, y_j)$ eine diskrete zufällige Variable, deren Werte mit der Wahrscheinlichkeit $p(x_i \cap y_j)$ erscheinen.

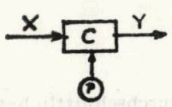


Fig. 1

Der durchschnittliche Wert dieser diskreten zufälligen Variable, numerisch gleich mit dem Wert der qualitativen d.ü.K.ü.N. — der weiter mit $I_u(X, Y)$ aufgezeichnet wird — läßt sich mit der Beziehung :

$$I_u(X, Y) = \overline{i_u(x_i, y_j)} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i \cap y_j) i_u(x_i, y_j) \tag{7}$$

berechnen, oder unter Einbeziehung von (5) :

$$I_u(X, Y) = a \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i \cap y_j)[u(x_i) - u(x_i/y_j)]. \tag{8}$$

Man kann zwei extremen Fällen unterscheiden :

1. Die Nützlichkeit des Wortes x_i nach dem Empfang des Wortes y_j ist gleich Null, also :

$$u(x_i/y_j) = 0. \tag{9}$$

Fall in dem die qualitative d.ü.K.ü.N. wird :

$$I_u(X, Y) = a \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i \cap y_j) u(x_i). \tag{10}$$

Beachtet man die Ergebnisse aus [1], dann :

$$I_u(X, Y) = H_u(X), \tag{11}$$

also die qualitative d.ü.K.ü.N. ist mit der durchschnittlichen qualitativen Nachricht des Feldes der am Kanaleingang angebrachten Kodewörter gleich.

2. Die Nützlichkeit des Kodewortes x_i ist von der Nützlichkeit des empfangenen Wortes unabhängig, also :

$$u(x_i/y_j) = u(x_i) \tag{12}$$

und infolgedessen :

$$I_u(X, Y) = 0. \tag{13}$$

Die qualitative d.ü.K.ü.N. läßt sich als Funktion der Nützlichkeit $u(y_j)$ des empfangenen Wortes y_j, sowie von der Nützlichkeit $u(y_j/x_i)$ des Wortes y_j deffinieren, falls man die Nützlichkeit des übertragenen Wortes x_i kennt.

In diesem Fall, die qualitative über dem Kanal übertragene Nachricht läßt sich mit der Beziehung:

$$i_u(x_i, y_j) = a[u(y_j) - u(y_j/x_i)] \tag{14}$$

bestimmen, während man die qualitative d.ü.K.ü.N. aus:

$$I_u(X, Y) = a \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i \cap y_j)[u(y_j) - u(y_j/x_i)] \tag{15}$$

gewinnt.

3. Beziehungen zwischen der qualitativen d.ü.K.ü.N. und die qualitativen Entropien

Unter der Annahme, daß das Feld der am Kanaleingang angebrachten Kodewörter würde die Verteilung:

$$X: \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ p(x_1) & p(x_2) & \dots & p(x_n) \\ u(x_1) & u(x_2) & \dots & u(x_n) \end{pmatrix} \tag{16}$$

besitzen, ist in der Arbeit [1] folgende Berechnungsmöglichkeit der qualitativen Entropie dieses Feldes gezeigt worden:

$$H_u(X) = a \sum_{i=1}^{n} p(x_i) u(x_i), \tag{17}$$

oder, wenn man beachtet daß $p(x_i) = \sum_{j=1}^{m} p(x_i \cap y_j)$:

$$H_u(X) = a \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i \cap y_j) u(x_i). \tag{18}$$

Änlich, falls das Feld der empfangenen Kodewörter von der Verteilung:

$$Y: \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_m \\ p(y_1) & p(y_2) & \dots & p(y_m) \\ u(y_1) & u(y_2) & \dots & u(y_m) \end{pmatrix} \tag{19}$$

charackterisiert ist, ist die qualitative Entropie dieses Feldes:

$$H_u(Y) = a \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i \cap y_j) u(y_j). \tag{20}$$

Die bedingten qualitativen Entropien haben die Ausdrücke [1]:

$$H_u(X/Y) = a \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i \cap y_j) u(x_i/y_j), \tag{21}$$

bzw. :

$$H_u(Y/X) = a \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i \cap y_j) u(y_j/x_i). \tag{22}$$

Beachtet man die Beziehungen (8), (18) und (21), folgt :

$$I_u(X, Y) = H_u(X) - H_u(X/Y) \tag{23}$$

und aus der Beziehungen (15), (20) und (22) :

$$I_u(X, Y) = H_u(Y) - H_u(Y/X). \tag{24}$$

Endlich, falls man einbezieht, daß [1] :

$H_u(X, Y) = H_u(X) + H_u(Y/X)$, (25) bzw.: $H_u(X, Y) = H_u(Y) + H_u(X/Y$ (26)

folgt :

$$I_u(X, Y) = H_u(X, Y) - H_u(Y/X) - H_u(X/Y). \tag{27}$$

4. Die quantitativ—qualitative Fähigkeit eines diskreten Kanals

Es ist offenbar, daß die Mitteilung s_i und das entsprechende Kodewort x_i dieselbe Nützlichkeit u_i besitzen.

Andererseits, die Nützlichkeit u_i ist angesichts der Lieferungswahrscheinlichkeit $p(s_i)$ der Mitteilung s_i, bzw. der Übertragungswahrscheinlichkeit $p(x_i)$ des Wortes x_i unveränderlich.

Es folgt dann, daß die mit einer Mitteilung der Nützlichkeit $u(s_i)$ und der Lieferungswahrscheinlichkeit $p(s_i)$ verknüpfte quantitativ—qualitative Nachricht läßt sich mit der Summe der quantitativen Nachricht $i_p(s_i)$, die man nach [2], [3] mit der Beziehung :

$$i_p(s_i) = b \log_\alpha p(s_i), \quad b \in R, \quad \alpha \in (0, 1) \cup (1, +\infty) \tag{28}$$

gewinnt, und der qualitativen Nachricht :

$$i_u(s_i) = a u(s_i), \quad a \in R, \quad u(s_i) \geqslant 0 \tag{29}$$

laut [1], bestimmen. Mit anderen Worten, die qualitativ—quantitative Nachricht läßt sich mit der Beziehung :

$$i_{pu}(s_i) = b \log_\alpha p(s_i) + a u(s_i) \tag{30}$$

berechnen. Falls man diese Bemerkung beachtet folgt, daß die quantitativ—qualitative d.ü.K.ü.N. ist mit der Summe der durchschnittlichen quantitativen und qualitativen Nachricht gleich, also :

$$I_{pu}(X, Y) = I_p(X, Y) + I_u(X, Y) \tag{31}$$

wobei :

$$I_p(X, Y) = b \sum_{=1}^{n} \sum_{=1}^{m} p(x_i \cap y_j) \log_\alpha \frac{p(x_i) p(y_j)}{p(x_i \cap y_j)} \tag{32}$$

ist die quantitative d.ü.K.ü.N. [2], [3] und $I_u(X, Y)$ die qualitative d.ü.K.ü.N. die mittels der Beziehung (10) deffiniert worden ist.

Für die Fähigkeit des Kanals nehmen wir die von C.E. Shannon in [4] eingeführte Begriffbestimmung an, die einstimmig in allen Facharbeiten akzeptiert ist. Laut dieser Definition bedeutet die Kanalfähigkeit den maximalen Wert der d.ü.K.ü.N.

Der Spitzenwert wird angesichts dem Wahrscheinlichkeitensatz $p(x_i)$, $(i=\overline{1, n})$, mit dem die Kodewörter am Kanaleingang angebracht sind genommen.

Zeichnet man die quantitativ—qualitative Fähigkeit des Kanals mit C_{pu}, sie läßt sich mit der Beziehung :

$$C_{pu}=\max_{\substack{p(x_i)\\ i=\overline{1,n}}}[H_p(X)-H_p(X/Y)+H_u(X)-H_u(X/Y)] \tag{33}$$

berechnen. Im Fall eines symetrischen Kanals n-er Ordnung, der Spitzenwert der quantitativen d.ü.K.ü.N. gewinnt man für [2], [3] :

$$p(x_i)=p(y_j)=\frac{1}{n} \tag{34}$$

und die Kanalmatrix ist der Form :

$$\begin{bmatrix} 1-p & \frac{p}{n-1} & \dots & \frac{p}{n-1} \\ \frac{p}{n-1} & 1-p & \dots & \frac{p}{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{p}{n-1} & \frac{p}{n-1} & \dots & 1-p \end{bmatrix}, \tag{35}$$

wobei p eine konstante reelle Zahl ist die die Bedingung :

$$0 \leqslant p \leqslant 1 \tag{36}$$

erfüllt und den Kanal charakterisiert.

Mit den Beziehungen (18), (21) und (23) wird die Beziehung (33) :

$$\begin{aligned} C_{pu}=b[&\log_\alpha \frac{1}{n}-(1-p)\log_\alpha(1-p)-p\log_\alpha p-p\log_\alpha(n-1)]+ \\ &+\frac{a}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}u(x_i)-(1-p)\sum_{i=1}^{n}u(x_i/y_j)-\frac{p}{n-1}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=1}^{n}u(x_i/y_j)\right]. \end{aligned} \tag{37}$$

Falls man den qualitativen Charakter des Kanals vernachlässigt und in der Beziehung (37) $b=-1$, $\alpha=2$ nimmt, ergibt sich die quantitative Fähigkeit [2], [3] eines symetrischen Kanals n-er Ordnung :

$$C_p=\log_2 n+(1-p)\log_2(1-p)+p\log_2 p-p\log_2(n-1). \tag{38}$$

Im einzelnen Fall eines binären symetrischen Kanals, wird die quantitativ—qualitative Fähigkeit aus der Beziehung (37) für $n=2$ gewonnen.

Im Fall eines binären Kanals mit Aufhebungen [2], [3], ist die Kanalmatrix der Form :

$$\begin{bmatrix} p & q & 1-p-q \\ 1-p-q & q & p \end{bmatrix}, \tag{39}$$

wobei p und q konstante reelle Zahlen sind die die Bedingung (36) und

$$0 \leqslant q \leqslant 1 \tag{40}$$

erfüllen und den Kanal charakterisieren.

In [2], [3] beweist man, daß die quantitative d.ü.K.ü.N. den Spitzenwert für :

$$p(x_1) = p(x_2) = \frac{1}{2} \tag{41}$$

erreicht. Unter Einbeziehung von (41) wird die von (33) gegebene quantitativ—qualitative Fähigkeit :

$$\begin{aligned} C_{pu} = b\{&(1-q)[\log_\alpha(1-q) - \log_\alpha 2] - p\log_\alpha p - (1-p-q)\log_\alpha(1-p-q)\} + \\ &+ \frac{a}{2}\{u(x_1)+u(x_2) - p[u(x_1/y_1)+u(x_2/y_3)] - q[u(x_1/y_2)+u(x_2/y_2)] - \\ &- (1-p-q)[u(x_1/y_3)+u(x_2/y_1)]\}. \end{aligned} \tag{42}$$

Auf änlicher Weise lassen sich auch die quantitativ—qualitativen Fähigkeiten auch für andere Typen von Übertragungskanälen einführen.

5. Schlußfolgerungen

Die Betrachtung des qualitativen Charakters eines Kodewortes, unter einer bestimmten Nützlichkeit eingeschätzt, ermöglichte die Einführung der qualitativen d.ü.K.ü.N. Für diese wurden auch äquivalente Berechnungsbeziehungen gewonnen.

Auf dieser Weise erscheint die Möglichkeit der Einschätzung der qualitativen d.ü.K.ü.N. neben jener der quantitativen d.ü.K.ü.N.

Die durchschnittliche übertragene Nachricht wird dann mit der Summe dieser zwei durchschnittlichen Nachrichten gleich.

Die qualitative d.ü.K.ü.N. verbraucht dann einen Teil der Eigenschaften der quantitativen d.ü.K.ü.N., Tatsache die aus den Beziehungen (23), (24) und (27) hervorgeht.

Im Unterschied von der quantitativen d.ü.K.ü.N., die qualitative d.ü.K.ü.N. kann auch negative Werte nehmen.

Unter Verwendung von C.E. Shannon's Begriffbestimmung der Fähigkeit eines diskreten Kanals [4], wurden auch die Fähigkeiten diskreter Kanälen mit Aufhebungen berechnet. In den gewonnenen Beziehungen, (37) und (42), die quantitativ—qualitative Fähigkeit enthält zwei Glieder : einer bestimmt die quantitative Fähigkeit, während der andere für die qualitative Fähigkeit dient.

In reelen Fällen kann man entweder die qualitative Seite vernachlässigen, was zu den bekannten Ergebnissen der Fachliteratur [2], [3] führt, oder die quantitative, Tatsache die neue Nachrichten über den Übertragungen auf den Kanälen bringt.

Die gewonnenen Beziehungen bilden Verallgemeinerungen der in der Literatur, [2] ... [4], bekannten Begriffen von d.ü.K.ü.N. und Kanalfähigkeit.

Eingegangen am 29. September 1981

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Elektronik und
Rechenanlagen

LITERATURVERZEICHNISS

1. Munteanu V. u.a., *Über die Messung qualitativer Nachricht.* Bul. Inst. polit., Iaşi, **XXVII (XXXI)**, *3—4*, s. III, 83—91 (1981).
2. Gallager G. R., *Information Theory and Reliable Communication.* John Wiley and Sons Inc., New-York, 1968.
3. Spătaru Al., *Teoria transmisiunii informaţiei.* Ed. Tehn., Buc., 1971.
4. Shannon C. E., *A Mathematical Theory of Communication.* BSTJ, **27**, *3—4* (1948).

ASUPRA TRANSINFORMAŢIEI CALITATIVE

(Rezumat)

Considerîndu-se caracterul semantic (calitativ) al cuvintelor de cod, apreciat prin diverse utilităţi, se defineşte noţiunea de transinformaţie calitativă. Se deduc, de asemenea, relaţii de calcul ale transinformaţiei calitative, determinîndu-se capacităţile cantitativ—calitative ale canalelor simetrice şi binare cu anulări.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.C. 621.314.5

THREE-PHASE INVERTER WITH MAXIMUM CONDUCTING ANGLES OF MAIN THYRISTORS OF 150°

BY

M. LUCANU, VALERIU MUNTEANU and AL. HRIŢCU

1. Introduction

Variable speed drives with cage rotor induction motors are now used in many industrial applications both due to the motor performances and efficiency and increased reliability of the inverters [1].

In [2] a new control is suggested, for a bridge three-phase inverter alternatively working with two and three main thyristors in conduction. The control procedure can be used for any type of methods employed in turning thyristors off : individual commutation circuits for every main thyristor, or a common circuit for all thyristors. The main thyristor of inverter controlled in this way will have an angle of maximum conduction of 150°.

In what follows the behaviour of this inverter in the case of inductive loads is studied and an optimized control scheme is suggested.

2. The Fundamental and Harmonic Content of the Phase and Line Voltages

The analysis that follows will be made on the inverter whose power circuit is represented in Fig. 1. By using the auxiliary sources U_1 and U_2 for charging the commutating capacitors, one can obtain a good operation at very low frequencies [3].

In Fig. 3 *a*, *b*, *c* the waveforms of the phase voltages are given, obtained for symmetrical purely resistive loads, the main thyristors being controlled according to the diagram given in Fig. 2 *d*. In this case, the conduction angle of the main thyristors is maximum, i.e. 150°. Hence, the fundamental content will be :

$$\frac{U_{f1}}{U_f} = \frac{3(1+\sqrt{3})}{\pi\sqrt{7}} = 0{,}986, \tag{1}$$

where U_f is the r.m.s. value of the phase voltage and U_{f1} is the r.m.s. value of the fundamental of this voltage.

In Fig. 3 the waveforms are given for the phase voltages in the case of inductive loads for different conduction angles θ of feedback diodes D_1 ...

D_6 used for discharging the reactive energy. In this case, the conduction angle of the main thyristors decreases with the angle θ.

The waveforms of the line voltages u_L are presented in Fig. 4.

The r.m.s. value of the phase voltage for a conduction angle of the discharging diodes $0 \leqslant \theta \leqslant 30°$ (Fig. 3 *a*) is given by the relation :

$$U_f = \frac{E_A}{6}\sqrt{\frac{6\theta}{\pi} + 7}, \tag{2}$$

where E_A is the d.c. supply voltage of the inverter.

In Fig. 5, the variation of the ratio U_f/E_A vs. θ is represented, according to the relation (2). It is seen that the r.m.s. value of the phase voltage changes relatively little when this angle changes.

By choosing the origin of time in the moment t_0, from Fig. 3 *a* the following Fourier coefficients for the n-th harmonic will result :

$$\begin{cases} C_n = E_A \dfrac{1-\cos n\pi}{3n\pi}\left[2\sin\dfrac{n\pi}{6} + \dfrac{3}{2}\sin\dfrac{n\pi}{3} + 2\sin\dfrac{n\pi}{2} - \sin\dfrac{n\pi}{6}\cos n\theta - \right. \\ \qquad \left. - \sin\left(\dfrac{n\pi}{2} + n\theta\right)\right. \\ S_n = E_A \dfrac{1}{3n\pi}\left[(1-\cos n\pi)\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\cos\dfrac{n\pi}{3} - \sin\dfrac{n\pi}{6}\sin n\theta\right) - \right. \\ \qquad \left. - 2\sin\dfrac{n\pi}{2}\sin n\theta\right]. \end{cases} \tag{3}$$

From these relations, one can see that no even harmonic can exist. By denoting with k the order of the odd harmonics, it follows :

$$\begin{cases} C_k = E_A \dfrac{\sin(k\pi/3)}{3k\pi}\left[3 + 4\cos\dfrac{k\pi}{6}(2-\cos k\theta)\right], \\ S_k = E_A \dfrac{1+\cos(k\pi/3)}{3k\pi}\left(1 - 4\sin k\theta \sin\dfrac{k\pi}{6}\right). \end{cases} \tag{4}$$

By analysing the Fourier's coefficients given by the relations (4) one can see that no third harmonic and its multiples will exist.

The fundamental and harmonics content can be appreciated by refering the r.m.s. value of the k-th harmonic to the r.m.s. value of the phase voltage. Hence, we get the relation :

$$\frac{U_{fk}}{U_f} = \frac{\sqrt{C_k^2 + S_k^2}}{\sqrt{2}U_f}. \tag{5}$$

By using the realations (2), (4) and (5) the variation of U_{fk}/U_f ratio vs. θ is represented in Fig. 6 for $k = 1; 5; 7; 11; 13$. Thus, the content of

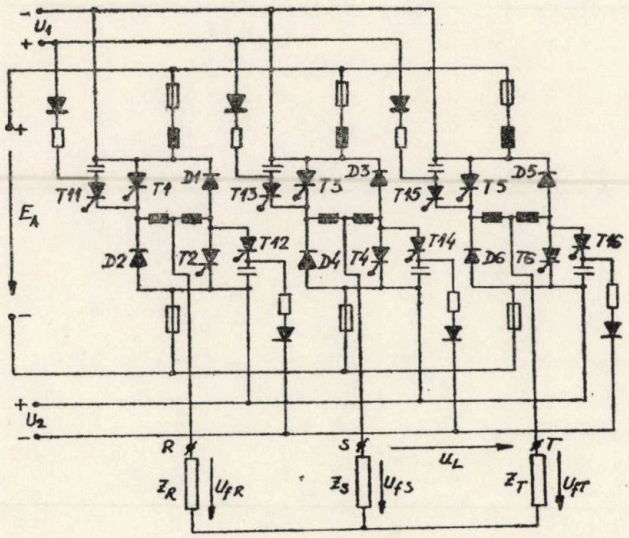


Fig. 1

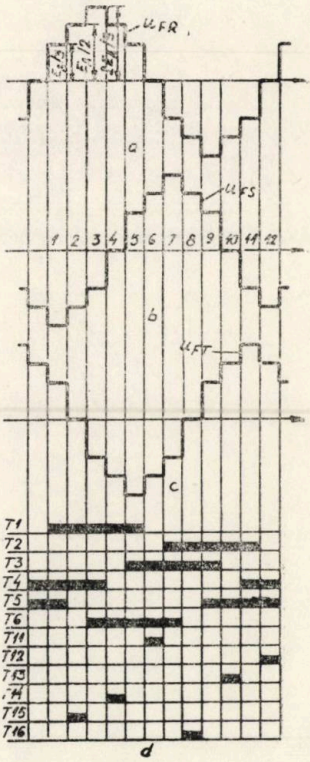


Fig. 2

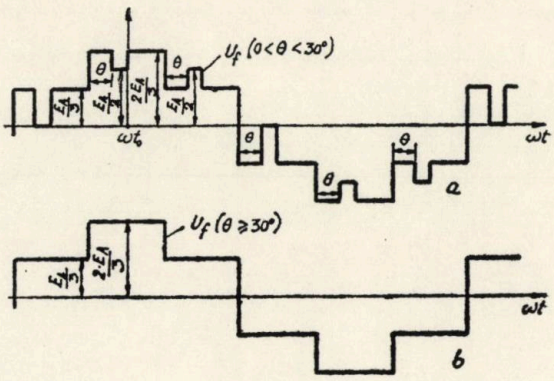
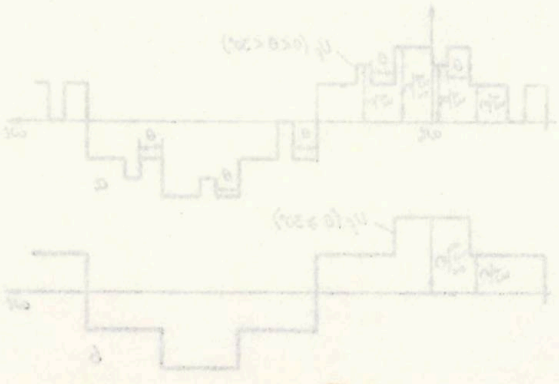


Fig. 3



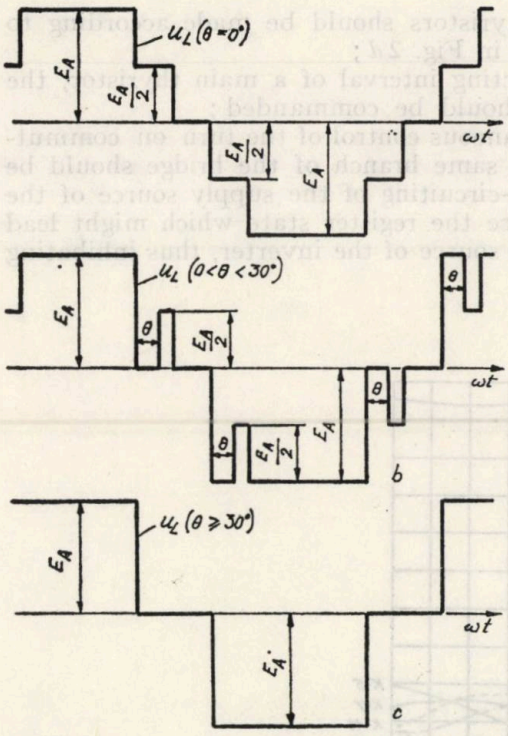


Fig. 4

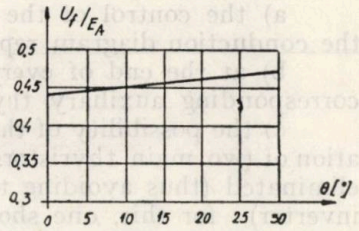


Fig. 5

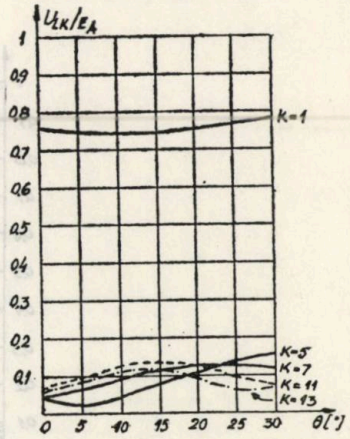


Fig. 6

the fundamental U_{f1}/U_f changes between 0.986 for $\theta=0$ and 0.955 for $\theta=30°$, having a minimum of 0.942 for $\theta=20°$.

The content of the 5-th harmonic is smaller than in the case of the inverter with three thyristors in conduction. The content of the 7-th, 11-th and 13-th harmonics is somewhat higher. Thus, for $k=7$, a maximum of 0.155 is obtained at $\theta=20°$; for $k=11$ — of 0.172 at $\theta=15°$ and for $k=13$ — of 0.146 at $\theta=20°$, as compared to 0.136 ; 0.071 and 0.068 respectively for the case of the inverter with three thyristors in conduction.

The harmonic content can also be appreciated from the ratio between the r.m.s. value of the k-th harmonic of the line voltage and the d.c. supply voltage of the inverter [4]. This ratio is given by the relation :

$$\frac{U_{Lk}}{E_A}=\frac{\sqrt{3}\sqrt{C_k^2+S_k^2}}{\sqrt{2}E_A}. \tag{6}$$

On the basis of relation (4) and (6), the variation of the U_{Lk}/E_A ratio vs. θ is represented in Fig. 7 for $k=1$; 5 ; 7 ; 11; 13.

3. The Control Scheme of the Inverter

For an appropriate operation of the power circuit (Fig. 1) the following prescriptions are to be obeyed for the control scheme :

a) the control of the main thyristors should be made according to the conduction diagram represented in Fig. 2 *d* ;

b) at the end of every conducting interval of a main thyristor, the corresponding auxiliary thyristor should be commanded ;

c) the possibility of the simultaneous control of the turn on commutation of two main thyristors on the same branch of the bridge should be eliminated (thus avoiding the short-circuiting of the supply source of the inverter) : for this, one should notice the register state which might lead to the short-circuiting of the supply source of the inverter, thus inhibating the control of the main thyristors.

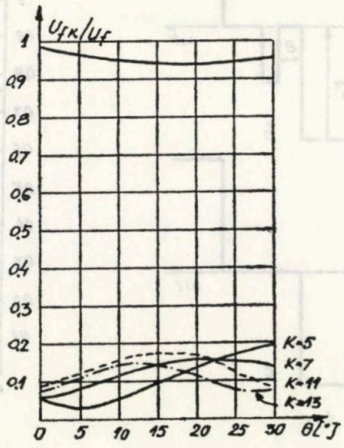


Fig. 7

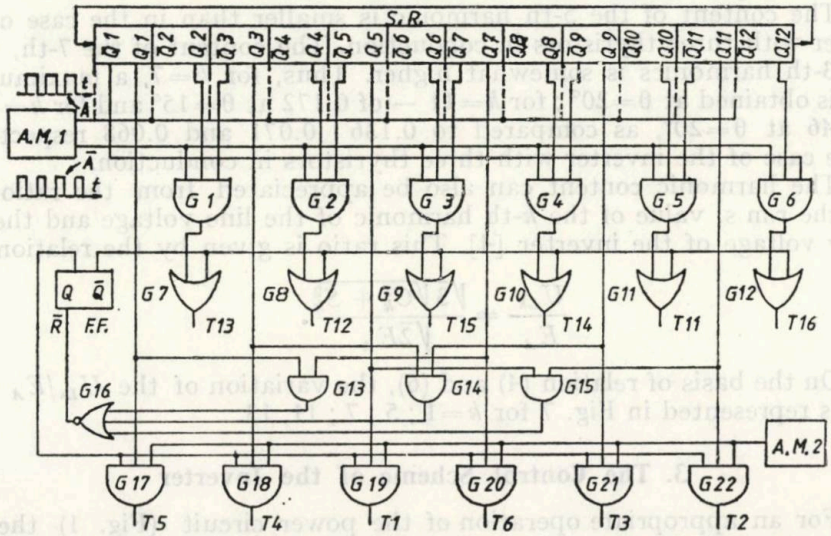


Fig. 8

The control scheme is based on a feed-back shift register, like in [5], but consisting of 12 flip-flop circuits where 5 consecutive bits are recirculated.

The flip-flop states from the register for 12 clocks applied at the input, are given in Table 1.

Table 1

Numbers of clocks	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8	Q_9	Q_{10}	Q_{11}	Q_{12}
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
9	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
10	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
11	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
12	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

If this table is compared to the conduction diagram represented in Fig. 2*d*, by assimilating the clock numbers with the conduction intervals, it follows that conduction intervals can be generated by using the following logical relations :

$$(7)\quad \begin{cases} T1=Q5, & T4=Q3, & T11=Q10\,.\,\overline{Q}11, & T14=Q8\,.\,\overline{Q}9, \\ T2=Q11, & T5=Q1, & T12=Q4\,.\,\overline{Q}5, & T15=Q6\,.\,\overline{Q}7, \\ T3=Q9, & T6=Q7, & T13=Q2\,.\,\overline{Q}3, & T16=Q12\,.\,\overline{Q}1. \end{cases}$$

Certainly, that is only one of many possible attempts.

Based on these relations and on the imposed prescriptions the control scheme from Fig. 8 was derived.

The feed-back shift register was denoted by S.R.

When starting the inverter, the register will be brought in the state $Q1=Q2=Q3=Q4=Q5=$„1“ and $Q6=Q7=\ldots=Q12=$„0“ by means of a switch.

By means of the AND gates $G1 \ldots G6$, the control intervals of the auxiliary thyristors are determined, as well as the duration of the control impulse. In order to determine this duration, the output $\overline{A}$ of the astable multivibrator A.M.1 is used. On the positive-going edge of the impulses at the output A of the circuit the bits are shifted within the register. Their frequency should be 12 times greater than the frequency of the a.c. voltage at the output of the inverter.

By means of the gates $G17 \ldots G22$ the control signals for the main thyristors are sampled and used for driving impulse transformers of the final amplifiers (not shown in Fig. 8). The frequency and duration of these control impulses is determined by the astable multivibrator A.M. 2.

The register states that can produce the short-circuiting of the source E_A are detected by means of the gates $G13 \ldots G16$ and the flip flop F.F. When we start the inverter (by using the same switch from the register), F.F. is brought in the state $Q=1$, $\overline{Q}=0$ thus validating the operation of the gates $G17 \ldots G22$.

If, at a certain moment, the shift register will be in one of the state $Q1=Q7=1$, $Q3=Q5=1$, $Q5=Q11=1$ (which will determine the simultaneous conduction of two thyristors of the same branch of the inverter's bridge), the logic „0" will be obtained at the output of the gate $G16$. As a result, F.F. will turn to the state $Q=0$, $\overline{Q}=1$ and the impulses to all the main thyristors will be inhibated. At the same time, by means of the gates $G7 \ldots G12$, all the auxiliary thyristors will be controlled, turning-off the inverter.

4. Conclusions

By using a control of the inverter which should ensure a maximum conduction angle of the main thyristors of 150°, one can get a harmonic content of the output voltage for the case of an inductive load comparable with the one of the inverters having a maximum conduction angle of the main thyristors of 180°.

The operation of the inverter results more reliable since the turn off commutation of a main thyristor is followed by turn on commutation of the thyristor on the same branch of the inverter's bridge only after an angle of 30°. The design of the commutation circuit must be made similar with the inverter having a maximum conduction angle of the main thyristors of 180°, since in both cases it is the same current flowing through the thyristor which must be turn off.

The utilization of a feed-back shift register in the control scheme of the inverter allows the elimination of the encoder for generating the conduction interval of the main thyristors. At the same time, the delay circuits were eliminated by using impulses (of appropriate duration) from the astable multivibrator driving the register.

Received, December 16, 1981

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electronics and Computers

REFERENCES

1. Chauprade R., *Commande électronique des moteurs à courant alternatif.* RGÉ, **83**, *10*, 819–841 (1976).
2. Petolas F., *Onduleurs autocommutés à thyristors.* RGÉ, **87**, *9*, 692–701 (1978).
3. Alexa D. a.o., *Analysis of Commutation Processes in the Three-Phase Inverter for Driving the Sheet Rolling Mill Rolls.* Bul. Inst. polit., Iași, **XXIV (XXVIII)**, 3–4, s. III, 85–90 (1978).
4. Meyer M., *Tiristoarele în practică. Mutatoare cu comutație forțată,* (Transl. from German). Ed. Tehn., Buc., 1970, 176–182.
5. Lucanu M. a.o., *A Controller for a Low Frequency Three-Phase Inverter,* Bul. Inst. polit., Iași, **XXV (XXIX)**, *1–2*, s. III, 89–95 (1979).

INVERTOR TRIFAZAT CU UNGHIUL MAXIM DE CONDUCȚIE AL TIRISTOARELOR PRINCIPALE DE 150°

(Rezumat)

Se studiază comportarea invertorului trifazat cu unghiul maxim de conducție al tiristoarelor principale de 150°, la sarcini inductive. Se compară conținutul în armonici al tensiunii de ieșire cu cel obținut în cazul unghiului maxim de conducție de 180°. Totodată se propune un circuit optim de comandă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C.D. 621.396.614

OSCILLATOR WITH IMPATT DIODE AND PARALLELEPIPEDIC RESONANT CAVITY

BY

D. ALEXA

1. The IMPATT diodes are active devices utilized for constructing microwave oscillators and amplifiers. They are characterized by a negative resistance, determined by the avalanche multiplication and the finite transit time of the carriers.

An oscillator with an IMPATT diode consists of a tunable and adjustable resonant microwave circuit, including the diode and a matching circuit connected between the load impedance and the microwave circuit.

The external microwave circuit can be made of a coaxial transmission line or a section of a rectangular waveguide. In the version with the waveguide according to Fig. 1 *a*, where : *1* — IMPATT diode ; *2* — radiator ;

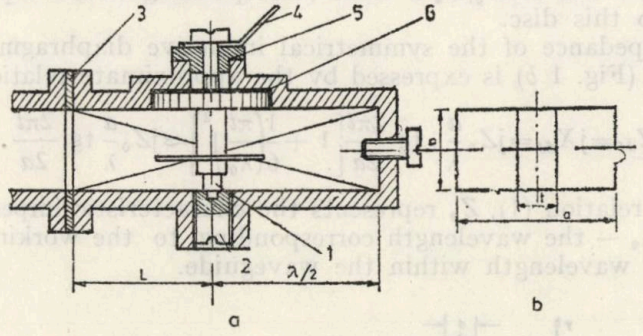


Fig. 1

3 — diaphragm ; *4* — polarization terminating ; *5* — insulator ; *6* — Mylar insulation, the IMPATT diode is mounted within a parallelepipedic resonant cavity. In this case, the frequency tuning is performed by means of a screw situated behind the diode and the adapter of diaphragm type is situated between the diode and the load. The diode is fastened by means of a cylindrical rod, which also plays the part of the adapter. On the cyl-

indrical supporting rod a metallic disc is fastened. The dimensions of the rod and metallic disc determine the value of the quality factor Q and the impedance presented by the IMPATT diode. Usually a greater value of the quality factor is obtained by increasing the diameters of the cylindrical rod and of the disc.

For a certain polarization voltage of the diode, the increase of the quality factor in this way is followed by a decrease of the gain, due to the increasing losses in the resonant cavity.

From a constructive point of view, the resonant cavity where the IMPATT diode is situated must satisfy the following conditions :

a) to include devices for tuning the resonant frequency and adapting the external resonant circuit ;

b) to ensure the transfer from the oscillator to the transmission line with a minimum energy loss ;

c) to permit the dissipation of the thermal energy emitted by the diode during its operation ;

d) to make the electric contacts for coupling the diode with a small resistance, at both the anode and the cathode of the diode.

2. For designing the oscillator, the equivalent circuit of the resonant cavity must be first established.

In Fig. 2 *a* the basic diagram is given of the diode supporting rod symmetrically situated in the resonant cavity, and in Fig. 2 *b* the equivalent circuit of this rod is presented. The expressions of the reactances X_a, X_b and X_g are given in the literature. The IMPATT diode is connected in parallel with the reactance X_g. The above mentioned reactances can be calculated by means of the Table 1. When we calculated the reactances from this table, the metallic disc situated above the IMPATT diode was not taken into account. For taking into account the presence of this metallic disc, we should add to X_g/Z_0 a value corresponding to the capacitive reactance due to this disc.

The impedance of the symmetrical inductive diaphragm, of width t and height b (Fig. 1 *b*) is expressed by the approximate relation :

$$(1) \qquad \underline{Z}_{df}=jX_{df}=jZ_0\frac{a}{\lambda}\cdot \operatorname{tg}\frac{2\pi t}{2a}\left[1+\frac{1}{6}\left(\frac{\pi t}{\lambda_0}\right)^2\right]\approx jZ_0\frac{a}{\lambda}\operatorname{tg}\frac{2\pi t}{2a}.$$

In the relation (1), Z_0 represents the characteristic impedance of the waveguide, λ_0 — the wavelength corresponding to the working frequency and λ — the wavelength within the waveguide.

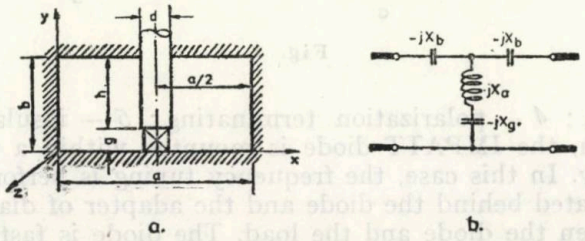


Fig. 2

Table 1

I. $d/a = 0.112$; $\lambda_0/a = 1.485$; $\lambda/2a = 1.11$.

h/b	0.758	0.882	0.970	1.000
X_b/Z_0	0.054	0.065	0.073	0.076
X_a/Z_0	0.081	0.094	0.104	0.107
X_g/Z_0	0.228	0.146	0.076	0.000

II. $d/a = 0.112$; $\lambda_0/a = 1.40$; $\lambda/2a = 0.98$

h/b	0.759	0.834	0.882	0.965	1.000
X_b/Z_0	0.061	0.068	0.073	0.081	0.085
X_a/Z_0	0.095	0.104	0.110	0.121	0.126
X_g/Z_0	0.224	0.162	0.130	0.081	0.000

III. $d/a = 0.112$; $\lambda_0/a = 1.31$; $\lambda/2a = 0.87$

h/b	0.745	0.818	0.923	1.000
X_b/Z_0	0.069	0.077	0.086	0.098
X_a/Z_0	0.109	0.121	0.135	0.147
X_g/Z_0	0.218	0.171	0.108	0.000

IV. $d/a = 0.225$; $\lambda_0/a = 1.485$; $\lambda/2a = 1.11$

h/b	0.760	0.925	1.000
X_b/Z_0	0.174	0.227	0.256
X_a/Z_0	0.020	0.024	0.026
X_g/Z_0	0.188	0.077	0.000

V. $d/a = 0.225$; $\lambda_0/a = 1.40$; $\lambda/2a = 0.98$

h/b	0.755	0.880	0.924	1.000
X_b/Z_0	0.191	0.240	0.267	0.291
X_a/Z_0	0.025	0.029	0.031	0.039
X_g/Z_0	0.207	0.117	0.069	0.000

VI. $d/a = 0.225$; $\lambda_0/a = 1.31$; $\lambda/2a = 0.87$

h/b	0.750	0.880	0.940	1.000
X_b/Z_0	0.211	0.270	0.300	0.335
X_a/Z_0	0.017	0.020	0.022	0.023
X_g/Z_0	0.196	0.105	0.062	0.000

Now, as we know the equivalent circuits of the components, we represent in Fig. 3 the general equivalent circuit of the oscillator including the IMPATT diode and the parallelepipedic resonant cavity.

3. In order that the oscillator should generate oscillations in a continuous regime, the following conditions must be satisfied :

$$(2) \qquad G(\omega)=G_D(\omega)+G_L(\omega)=0, \qquad (3) \qquad B(\omega)=B_D(\omega)+B_L(\omega)=0,$$

where $G_D(\omega)$ and $B_D(\omega)$ are respectively the real and the imaginary part of the active device admitance, and $G_L(\omega)$ and $B_L(\omega)$ are respectively the real and the imaginary part of the load admittance.

Beside these oscillating conditions, the stability condition of the oscillation frequency must be satisfied, expressed by :

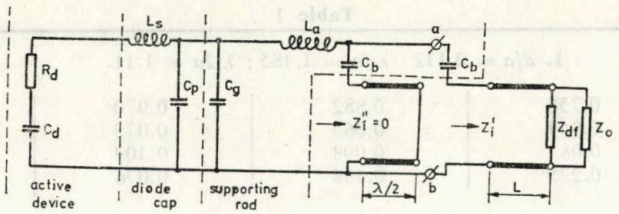


Fig. 3

$$\frac{\partial B(\omega)}{\partial \omega} > 0, \tag{4}$$

where $B(\omega)$ is the total susceptance of the circuit.

In particular, for the case of the diagram represented in Fig. 3, the conditions (2) and (3) can be written under the form :

$$\underline{Z}'_{ab} + \underline{Z}''_{ab} = 0, \tag{5}$$

where $\underline{Z}'_{ab}$ and $\underline{Z}''_{ab}$ are the impedance of the terminals a and b at left and at right, respectively.

The expression of the impedance $\underline{Z}'_{ab}$ can be written as :

$$\underline{Z}'_{ab} = -R(\omega) - jX(\omega), \tag{6}$$

namely

$$\underline{Z}'_{ab} = \left[\frac{R_d - j\omega C R_d^2 + j \dfrac{A}{\omega C_d}\left(1 - \dfrac{AC}{C_d}\right)}{\left(1 - \dfrac{AC}{C_d}\right)^2 + (\omega C R_d)^2} + j\omega L_a \right] \Big\| \left(\frac{1}{j\omega C_b}\right), \tag{6'}$$

where :

$$A = \omega^2 L_s C_d - 1, \qquad C = C_p + C_g.$$

The expression of the impedance $\underline{Z}''_{ab}$ has the form :

$$\underline{Z}''_{nb} = \underline{Z}''_i + \frac{1}{j\omega C_b}, \tag{7}$$

where $\underline{Z}''_i$ represents the input impedance of the transmission line of the length L and the load impedances $Z_{df} \| Z_0$.

$$\underline{Z}''_i = Z_0 \frac{(Z_{df} \| Z_0) + jZ_0 \operatorname{tg} \beta L}{Z_0 + j(Z_{df} \| Z_0) \operatorname{tg} \beta L}, \tag{8}$$

where $\beta = 2\pi/\lambda$ represent the phase constant of the electromagnetic wave propagating through the load guide.

Concerning the expression of the impedance $\underline{Z}''_i$, it can be written as :

$$\underline{Z}''_i = Z_0 \frac{X_{df}^2(1 + \operatorname{tg}^2 \beta L) + jZ_0 X_{df} + jZ_0 \operatorname{tg} \beta L (Z_0 - X_{df} \operatorname{tg} \beta L)}{(Z_0 - X_{df} \operatorname{tg} \beta L)^2 + X_{df}^2}. \tag{8'}$$

Since the following conditions must be satisfied :

(9) $$| X_{df} \operatorname{tg} \beta L | \ll Z_0, \qquad (10) \qquad \operatorname{tg}^2 \beta L \ll 1,$$

we can make the approximation :

$$\underline{Z_i''} \approx Z_0 \frac{X_{df}^2 + jZ_0 X_{df} + jZ_0^2 \operatorname{tg} \beta L}{Z_0^2 + X_{df}^2}.$$

The condition (5) for oscillation becomes :

(11) $$-R(\omega) - jX(\omega) + Z_0 \frac{X_{df}^2 + jZ_0 X_{df} + jZ_0^2 \operatorname{tg} \beta L}{Z_0^2 + X_{df}^2} + \frac{1}{j\omega C_b} = 0$$

Considering the working pulsation ω of the oscillator known from the designing theme, the relation (11) is satisfied if the following two relations are satisfied simultaneously :

(12) $$-R(\omega) + Z_0 \frac{X_{df}^2}{Z_0^2 + X_{df}^2} = 0,$$

(13) $$-X(\omega) - \frac{1}{\omega C_b} + Z_0^2 \frac{X_{df} + Z_0 \operatorname{tg} \beta L}{Z_0^2 + X_{df}^2} = 0.$$

Since the coupling diaphragm between the resonant cavity and the load must be inductive for ensuring the working stability of the oscillator, according to the condition (4) it follows from the equation (12) :

(14) $$X_{df} = +Z_0 \sqrt{\frac{R(\omega)}{Z_0 - R(\omega)}}.$$

In this case, one can deduce from the equation (13) that :

(15) $$\operatorname{tg} \beta L = \frac{X(\omega) + 1/\omega C_b}{Z_0 - R(\omega)} - \sqrt{\frac{R(\omega)}{Z_0 - R(\omega)}}.$$

One can notice that the above given values of X_{df} and $\operatorname{tg} \beta L$ satisfy the conditions (9) and (10), which justifies the approximations we have made.

Numerical Example

We consider that the oscillator is equiped with a BXY-0182 diode made by IPRS, Băneasa. In this case, the following elements are known : $C_p = 0.3$ pF; $R_d = -0.7\,\Omega$; $C_d = 0.5$ pF ; $L_i = 0.6$ nH ; $f = 9.5$ GHz ; $a = 2.29$ cm ; $\lambda_0 = 3.16$ cm ; $\lambda = 4.38$ cm and

$$Z_0 = \frac{377}{\sqrt{1 - (\lambda_0/2a)^2}} = 520\ \Omega.$$

By adopting $d/a = 0.112$, it follows from Table 1 :

$$X_b/Z_0 = 0.072\,; \quad X_a/Z_0 = 0.112\,; \quad X_g/Z_0 = 0.160.$$

In this case, the impedance $\underline{Z}'_{ab}$ has the value:

$$\underline{Z}'_{ab} = -R(\omega) - jX(\omega) = -2.08 - j97.6\ \Omega.$$

Considering the relations (14) and (15), we get:

$$X_{df} = 32.3\ \Omega,\ \text{tr}\ \beta L = 0.20.$$

It has been found that the above solutions satisfy the conditions (9) and (10).

Received, September 10, 1981

Polytechnic Institute, Jassy, Department of Electronics and Computers

REFERENCES

1. Rulea G., *Tehnica frecvenţelor foarte înalte*. EDP, Buc., 1973.
2. Baican R., *Microwave Oscillators and Amplifiers with Semiconductor Devices*. Ed. Acad. RSR, Buc., 1979.
3. Antonescu Gr., *Dispozitive semiconductoare pentru microunde*. Ed. Tehn., Buc., 1978.
4. Haddad G. I., Greiling P. T., Schroeder W. E., *Basic Principles and Properties of Avalanche Transit-Time Devices*. IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, **MTT-18**, *11*, 752–772 (1970).

OSCILATOR CU DIODĂ IMPATT ŞI CAVITATE REZONANTĂ PARALELIPIPEDICĂ

(Rezumat)

Se propune o metodă de proiectare a unui oscilator de microunde cu diodă IMPATT şi cavitate rezonantă paralelipipedică, funcţionînd in banda de frecvenţă X. Pe baza relaţiilor de calcul obţinute se prezintă un exemplu numeric.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C.D. 621.396.614

GÉNÉRATEUR DE TENSION LINÉAIREMENT VARIABLE, À DEUX PENTES LINÉAIRES

PAR

C. ORIŢĂ, LAURENŢIU DIMITRIU et I. CLEJU

1. Introduction

Les signaux linéairement variables trouvent de nombreuses applications dans les appareils électroniques de mesure, l'électronique de puissance, etc. L'obtention de tels signaux implique nombre de problèmes quant à la précision des paramètres qualitatifs et quantitatifs d'une part et le prix de revient du circuit nécessaire à générer le signal poursuivi, d'autre part. Dans la littérature on trouve [1]...[3] des schémas assez complexes pour des circuits qui permettent l'obtention d'une tension linéairement variable à deux pentes linéaires. Dans ce qui suit on propose un schéma très simple dont le principe de fonctionnement sous rapport qualitatif et partiellement quantitatif est présenté en détail.

2. Généralités

On considère le circuit intégrateur Miller dont le schéma de principe est présenté dans la Fig. 1 et où le commutateur K peut être substitué, en pratique, par un transistor planaire qui fonctionne dans un régime saturé — bloqué.

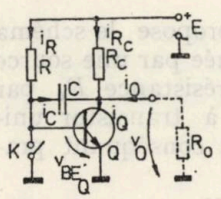


Fig. 1

Si l'on suppose que les courants résiduels du transistor Q sont nuls lorsque celui-ci est bloqué et le commutateur K est fermé, le condensateur C va être chargé par la source E et après l'établissement du régime permanent on aura $v_0 = E$. Prenant comme point de départ ce régime, après l'ouverture du commutateur K le transistor Q devient actif et dans ces conditions

$$(1) \qquad i_Q = i_C + i_{R_C} + i_0 = \beta_Q \left(\frac{E - v_{BEQ}}{R} - i_C \right),$$

où β_Q représente le facteur de transfer direct, en courant, du transistor Q. Pendant que le commutateur K est ouvert le condensateur C va se décharger jusqu'au moment ou le transistor Q devient saturé (on peut né-

gliger le paramètre v_{CEQ}) ; la variation de la tension de sortie va déterminer des déviations des courants circulant par les résistances R_c, R_0, en obtenant pour la variation maximum possible de la tension de sortie, une variation maximum du courant de collecteur :

$$[\Delta i_{Q(R_c,\,R_0)}]_{\max} = \frac{E}{R_c \parallel R_0}. \tag{2}$$

Compte tenu de la relation (2) le courant de base aura une déviation maximum :

$$[\Delta i_{B(R_c,\,R_0)}]_{\max} = \frac{E}{\beta_Q (R_c \parallel R_0)}. \tag{3}$$

Pour le circuit représenté dans la Fig. 1, avec le commutateur K ouvert, on peut écrire la relation :

$$i_C = i_R - i_B = \frac{E - v_{BEQ}}{R} - \left[\Delta i_{B(R_c,\,R_0)} + \frac{i_C}{\beta_Q}\right], \tag{4}$$

ou :

$$i_C = \frac{\beta_Q}{1+\beta_Q}\left[\frac{E - v_{BEQ}}{R} - \Delta i_{B(R_c,\,R_0)}\right]. \tag{5}$$

Dans cette dernière relation β_Q, R, E, v_{BEQ} sont constantes et par conséquant pour que la tension de sortie décroît selon une loi si proche que possible d'une loi linéaire il s'avère nécessaire à satisfaire l'inegalité :

$$\frac{E - v_{BEQ}}{R} \gg \Delta i_{B(R_c,\,R_0)}. \tag{6}$$

Si l'on désire qu'on ait à la sortie une variation maximum possible pour v_0 et compte tenu de (3) on aboutit à la condition :

$$\beta_Q (R_c \parallel R_0) \gg R, \tag{7}$$

qui assure la linéarité de la tension de sortie. On a supposé, dans la relation (6), que $E \gg v_{BEQ}$.

Pour que l'inégalité (7) soit satisfaite par excès on propose le schéma representé dans la Fig. 2 où la résistance R_c a été substituée par une source de courant constant et la résistance R_0 par celle d'entrée d'un étage à transistor unipolaire (R_0 très grande, par conséquant pratiquement à vide).

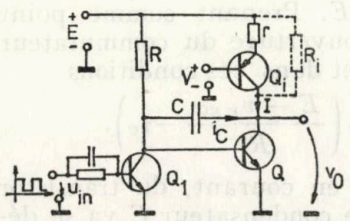


Fig. 2

Dans la Fig. 2, E et V sont constantes et la tension d'entrée, u_n, rectangulaire, on va la considérer capable à assurer la commutation du transistor Q_1 de l'état bloqué à l'état saturé et inversement.

3. Analyse du circuit

Par rapport au schéma représenté dans la Fig. 1 on peut prouver que dans la Fig. 2 les variations de la tension de sortie, $v_{0+}(t)$ — croissante et $v_{0-}(t)$ — décroissante, sont linéaires. Ainsi, lorsque le transistor Q_1 est saturé le transistor Q est bloqué et le condensateur C est chargé à un courant constant :

$$I = \frac{E - V + V_{BE}}{r}, \tag{8}$$

($V_{BE} = -0{,}6$ V représente la tension de polarisation base—emittor d'un transistor planaire dans la zone active), par conséquent la tension $v_{0+}(t)$ sera aussi linéaire.

La variation linéaire ascendente de la tension de sortie peut atteindre, en pratique, la valeur $V_{0+} \leqslant V$ car pour $v_{0+}(t) > V$ le transistor est saturé.

Si l'on suppose que la variation de la tension de sortie est limitée par les valeurs $V_{0-} \geqslant v_{CEs} \approx 0$, $V_{0+} \leqslant V$, on peut déterminer la durée de la variation linéairement ascendente :

$$T_+ = \frac{C(V_{0+} - V_{0-})}{I} \tag{9}$$

et sa valeur maximum

$$(T_+)_{\max} = \frac{C(V - v_{CEs})}{I}. \tag{10}$$

Quant à la pente m_+ de cette variation elle est

$$m_+ = \frac{I}{C}. \tag{11}$$

On a écrit les trois dernières relations en acceptant l'hypothèse que les courants résiduels du transistor Q, en état bloqué, sont nuls.

Pour la variation descendente de la tension de sortie, que l'on obtient pour Q_1 bloqué et Q actif, on doit prendre en considération, au lieu de la résistance R_C de la Fig. 1, la résistance de sortie de la source de courant constant réalisée à l'aide du transistor Q_i, à savoir :

$$R_i = \frac{1}{h_{22e_i}} \cdot \frac{r(1+\beta_{Q_i}) + h_{11e_i}}{r + h_{11e_i}} + r \parallel h_{11e_i} \tag{12}$$

dont la valeur, en pratique, est de l'ordre 10 MΩ; par conséquent la condition de linéarité (7) est satisfaite par excès par le circuit représenté dans la Fig. 2.

Pour la variation descendente, v_{0-}, de la tension de sortie on obtient :

a) la durée de la variation linéaire :

$$T_- = \frac{C(V_{0+} - V_{0-})}{\dfrac{E - V_{BE}}{R} \cdot \dfrac{\beta_Q}{1+\beta_Q} - \dfrac{I}{\beta_Q}} \approx \frac{C(V_{0+} - V_{0-})}{\dfrac{E}{R} - \dfrac{I}{\beta_Q}}; \tag{13}$$

b) la durée maximum de la variation linéaire :

$$(T_-)_{\max} = \frac{C(V-v_{CE_s})}{\dfrac{E-V_{BE}}{R}\cdot\dfrac{\beta_Q}{1+\beta_Q}-\dfrac{I}{\beta_Q}} \approx \frac{CV}{\dfrac{E}{R}-\dfrac{I}{\beta_Q}}; \tag{14}$$

c) la pente de la variation descendente :

$$|m_-| = \frac{\dfrac{E-V_{BE}}{R}\cdot\dfrac{\beta_Q}{1+\beta_Q}-\dfrac{I}{\beta_Q}}{C} \approx \frac{\dfrac{E}{R}-\dfrac{I}{\beta_Q}}{C}. \tag{15}$$

Toutefois, compte tenu des relations (8), (11) et (15) on obtient la condition qui assure l'égalité des modules des deux pentes, m_+ et m_- :

$$\frac{E-V_{BE}}{R} = \left(\frac{E-V_{BE}}{r}-\frac{V}{r}\right)\left(\frac{1+\beta_Q}{\beta_Q}\right)^2, \tag{16}$$

qui pour le transistor Q, ayant un facteur de transfer direct en courant assez grand, devient :

$$V = E\,\frac{R-r}{R}. \tag{17}$$

Quant au circuit représenté dans la Fig. 2 on peut observer qu'au moment de la commutation du transistor Q_1 se manifestent des sauts de la tension de sortie ayant l'amplitude $V = V_{BEQ} - V_{CE_sQ_1}$, selon les diagrammes de la Fig. 3, ce qui constitue un désavantage important si l'amplitude $V_{0+} - V_{0-}$ du signal util est réduite. Dans la Fig. 4 on indique la modification introduite dans le schéma proposé (Fig. 2) afin de compenser les sauts de la tension de sortie mis en évidence dans la Fig. 3 tandis que dans la Fig. 5 on représente les formes des ondes qui correspondent au circuit modifié dont le schéma est reproduit dans la Fig. 4.

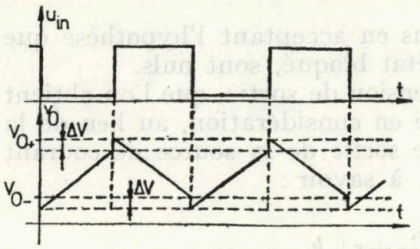


Fig. 3

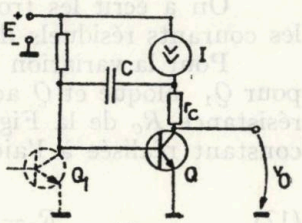


Fig. 4

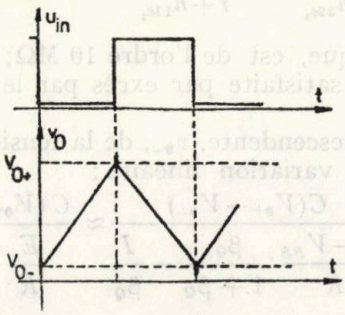


Fig. 5

La valeur de la résistance r_c (Fig. 4) résulte de la relation :

$$V_{r_c} = V_{BEQ} - v_{CEsQ_1} \approx \left(\frac{E - V_{BE}}{R} + \frac{\beta_Q - 1}{\beta_Q} I \right) r_c \tag{18}$$

à savoir :

$$r_c = \frac{V_{BE} - v_{CEsQ_1}}{\frac{E - V_{BE}}{R} + \frac{\beta_Q - 1}{\beta_Q}} I. \tag{19}$$

Les relations (8)...(11), (13)...(15), (17), (19) permettent un calcul rapide du circuit proposé.

4. Conclusions

On propose le schéma d'un générateur de tension linéairement variable à deux pentes linéaires qui présente les avantages ci-dessous : simplicité, possibilité de réalisation sous une forme partiellement intégrée, une réponse en fréquence meilleure par rapport à celle des circuits réalisés à l'aide des amplificateurs opérationnels. Si l'on commande par un élément astable symétrique le circuit proposé peut constituer un sousensemble essentiel d'un générateur de signaux triangulaires et sinusoïdaux obtenus par synthèse à l'aide des diodes.

Reçue le 5 juin 1981

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire d'Électronique et de Calculateurs

BIBLIOGRAPHIE

1. Stout F., Kaufman, *Handbook of Operational Amplifier Circuit Design.* McGraw-Hill Book Co., 1976, 27-1—27-8.
2. Mitrofan Gh. I., *Generatoare de impulsuri și de tensiune liniar variabilă.* Ed. Tehn., Buc., 1980, 319 — 358.
3. Ghausi M. S., *Electronic Circuits.* Litton Educational Publishing Inc., 1971, 597—599.

GENERATOR DE TENSIUNE LINIAR VARIABILĂ CU DOUĂ PANTE LINIARE

(Rezumat)

Se propune schema unui generator de tensiune liniar variabilă comandat, obținut prin modificarea integratorului Miller clasic. Se asigură ambele curse liniare, compensarea salturilor în tensiunea de ieșire și se dau relații de calcul utile pentru proiectare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C.D. 538.2 44. :

DISCONTINUITÉS DE L'AMPLITUDE DE L'OSCILLATION EN RÉGIME FORCÉ DE L'ARMATURE MOBILE DES ÉLECTRO-AIMANTS DE COURANT ALTERNATIF

PAR

EUGEN HNATIUC

1. Introduction

En considérant un électro-aimant de courant alternatif (Fig. 1), comme un système électromécanique de conversion de l'énergie à deux degrès de liberté, le déplacement $y(t)$ de l'armature mobile et le flux magnétique $\psi(t)$, pour le cas où le flux de départ est nul, on peut le décrire par un système d'équations de la forme suivante :

$$(1) \qquad \begin{cases} \ddot{y}(t) + \Omega_0^2 y(t) = \mu B \psi^2(t), \\ \dot{\psi}(t) + A\psi(t) = u(t) + \mu C y(t)\psi(t), \end{cases}$$

où l'on a utilisé les notations :

$$(2) \qquad \Omega_0^2 = \frac{k}{M},\ \mu = \frac{1}{2} < 1;\ B = \frac{\delta_0 + a}{ML_0},\ C = \frac{2A}{\delta_0 + a},\ A = \frac{R}{L_0},\ a = \frac{L_0}{L_1 - L_0}\delta_0,$$

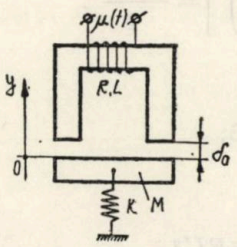


Fig. 1

k étant la constante élastique du ressort, M — la masse de l'armature mobile, R — la résistance de la bobine de l'électro-aimant, L_0, L_1 — les valeurs initiale (pour un entrefer maximum) et respectivement finale (pour un entrefer minimum) de l'inductance de la bobine de l'électro-aimant, δ_0 — la valeur initiale (maximum) de l'entrefer pour laquelle l'armature mobile est en équilibre mécanique lorsque la bobine de l'électro-aimant n'est pas alimentée.

Il faut mentionner que dans les relations (1) et (2) on a négligé la dispersion magnétique et les pertes d'énergie dans le noyau ferromagnétique par hystérésis et courants Foucault, ainsi que l'amortissement visqueux dans le mouvement de l'armature mobile.

2. Analyse du comportement de l'électro-aimant de courant alternatif en régime forcé

En supposant que l'électro-aimant est alimenté par une source de tension alternative :

$$u(t)=U_m \cos \omega t, \tag{3}$$

on cherche les solutions de régime forcé du système (1) ayant la forme

$$y(t)=Y_0+Y_2 \cos (2\omega t+\theta),\ \psi(t)=\psi_1 \cos (\omega t+\gamma). \tag{4}$$

En appliquant la méthode des sommes finies de fonctions trigonométriques pour le système d'équations (1), on obtient :

$$\begin{aligned} &\Omega_0^2 Y_0=\frac{\mu B \psi_1^2}{2},\ (\Omega_0^2-4\omega^2)Y_2 \cos (2\omega t+\theta)=\frac{\mu B \psi_1^2}{2} \cos 2(\omega t+\gamma)\ ; \\ &-\omega \Psi_1 \sin (\omega t+\gamma)+A\psi_1 \cos (\omega t+\gamma)=U_m \cos \omega t+ \\ &+\mu C\left[Y_0\psi_1 \cos (\omega t+\gamma)+\frac{1}{2}Y_2\psi_1 \cos (\omega t+\theta-\gamma)\right]. \end{aligned} \tag{5}$$

La relation (5_2) mène à :

$$\theta=2\gamma+k\pi, \tag{6}$$

de sorte que les équations (5) deviennent :

$$\begin{aligned} &\Omega_0^2 Y_0=\frac{\mu B \psi_1^2}{2},\ (\Omega_0^2-4\omega^2)Y_2=\pm\frac{\mu B \psi_1^2}{2},\ -\omega\psi_1 \sin (\omega t+\gamma)+ \\ &+A\psi_1 \cos (\omega t+\gamma)=U_m \cos \omega t+\mu C \psi_1\left(Y_0 \pm \frac{1}{2}Y_2\right)\cos (\omega t+\gamma), \end{aligned} \tag{7}$$

et pour l'amplitude Y_2 de l'oscillation de pulsation 2ω de l'armature mobile de l'électro-aimant résulte finalement :

$$(\Omega_0^2-4\omega^2)Y_2\left[\omega^2+A^2\left(1-\frac{\mu}{\delta_0+a}\cdot\frac{3\Omega_0^2-8\omega^2}{\Omega_0^2}Y_2\right)^2\right]=\frac{\mu B U^2}{2}. \tag{8}$$

Si l'on utilise les notations :

$$\frac{\omega}{\Omega_0}=\nu,\ \frac{\mu Y_2}{\delta_0+a}=Y_{2r}<\frac{1}{2},\ \frac{A}{\Omega_0}=\frac{R}{\Omega_0 L_0}=\beta, \tag{9}$$

la relation (8) prend la forme :

$$(1-4\nu^2)Y_{2r}\{\nu^2+\beta^2[1-(3-8\nu^2)Y_{2r}]^2\}=\frac{\mu^2 B U^2}{2(\delta_0+a)\Omega_0^4}. \tag{10}$$

L'amplitude $Y_2(Y_{2r})$ de l'oscillation de pulsation 2ω de l'armature mobile de l'électro-aimant en régime forcé est définie donc par une fonction implicite, mettant en évidence les facteurs qui exercent une influence sur les valeurs de

celle-ci (ν, U, A, B) et permettant finalement de préciser les conditions dans lesquelles des discontinuités de la variation de l'amplitude peuvent apparaître lors de la variation continuelle de l'amplitude de l'excitation U, respectivement de la fréquence (pulsation) de l'excitation.

3. Discontinuités de l'amplitude de l'oscillation de pulsation 2ω lors de la variation de l'amplitude du signal d'excitation

En acceptant la relation (10) pour une valeur donnée et constante de la pulsation rapportée, ν, le nombre des solutions réelles, Y_{2r} de cette équation peut être estimé graphiquement par le nombre des points d'intersection des courbes :

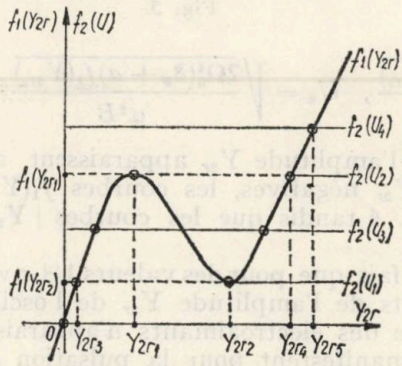


Fig. 2

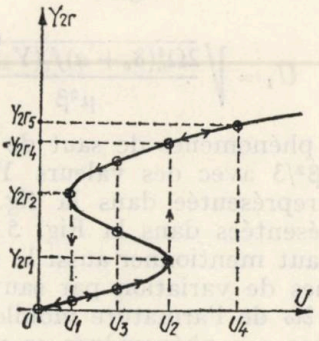


Fig. 3

$$f_1(Y_{2r},\ \nu)=(1-4\nu^2)\ Y_{2r}\{\nu^2+\beta^2[1-(3-8\nu^2)Y_{2r}]^2\} \tag{11}$$

et

$$f_2(U)=\frac{\mu^2BU^2}{2(\delta_0+a)\Omega_0^4}\geqslant 0. \tag{12}$$

Pour les valeurs $\nu^2<1/4$ le graphique qui correspond à la fonction $f_1(Y_{2r})$ a deux points extrêmes (Fig. 2 et 3), d'abscisses Y_{2r_1} et Y_{2r_2} qui constituent les solutions de l'équation :

$$f_1'(Y_{2r})=0, \tag{13}$$

de sorte qu'on obtient :

$$3(3-8\nu^2)^2\beta^2Y_{2r}^2-4\beta^2(3-8\nu^2)Y_{2r}+\beta^2+\nu^2=0 \tag{14}$$

et finalement :

$$Y_{2r_{1,2}}=\frac{2\pm\sqrt{1-\dfrac{3\nu^2}{\beta^2}}}{3(3-8\nu^2)}. \tag{15}$$

Les valeurs des tensions de saut U_1 et respectivement U_2 peuvent être calculées à l'aide des relations :

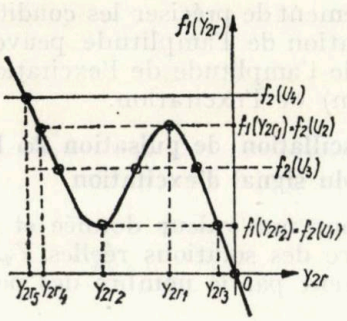


Fig. 4

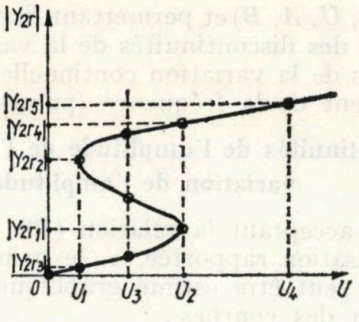


Fig. 5

(16) $$U_1=\sqrt{\frac{2\Omega_0^4(\delta_0+a)f_1(Y_{2r_2})}{\mu^2\beta}},\quad U_2=\sqrt{\frac{2\Omega_0^4(\delta_0+a)f_1(Y_{2r_2})}{\mu^2 B}}.$$

Les phénomènes de saut de l'amplitude Y_{2r} apparaissent aussi pour $3/8<\nu^2<\beta^2/3$ avec des valeurs Y_{2r} négatives, les courbes $f_1(Y_{2r})$ ayant la forme représentée dans la fig. 4 tandis que les courbes $|Y_{2r}|=f(U)$ sont représentées dans la Fig. 5.

Il faut mentionner aussi le fait que pour des valeurs $1/4<\nu^2<3/8$ les phénomènes de variation par sauts de l'amplitude Y_{2r} de l'oscillation de pulsation 2ω de l'armature mobile des électroaimants n'apparaissent pas. En tout cas ces phénomènes se manifestent pour la pulsation rapportée maximum ayant la valeur :

(17) $$\nu^2\leqslant\frac{\beta^2}{3},$$

de sorte que pour $\beta^2/3>3/8$ ils sont possibles lorsque :

(18) $$\nu^2\in\left(0,\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{3}{8},\frac{\beta^2}{3}\right)$$

et pour $\beta^2/3<3/8$ lorsque :

(19) $$\nu^2\leqslant\min\left(\frac{1}{4},\frac{\beta^2}{3}\right).$$

4. Discontinuités de l'amplitude de l'oscillation de pulsation 2ω lors de la variation de la fréquence (pulsation) de la source d'excitation

En admettant les relations (10), (11) pour une valeur donnée et constante de l'amplitude U du signal d'excitation, lorsque $f_2(U)=\text{const.}$, par la modification continue de la pulsation rapportée ν du signal d'excitation, les courbes $f_1(Y_{2r},\nu)$ prennent la forme représentée dans la Fig. 6, qui met en évidence la possibilité de modification d'une façon discontinue de l'amplitude d'oscillation de pulsation 2ω de l'armature mobile des

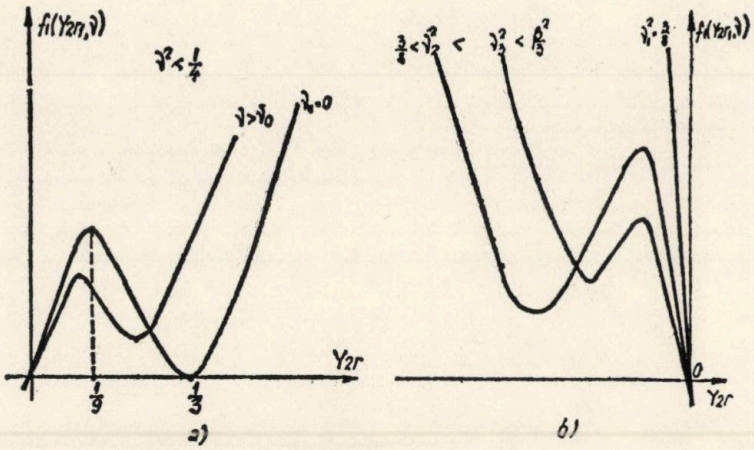


Fig. 6

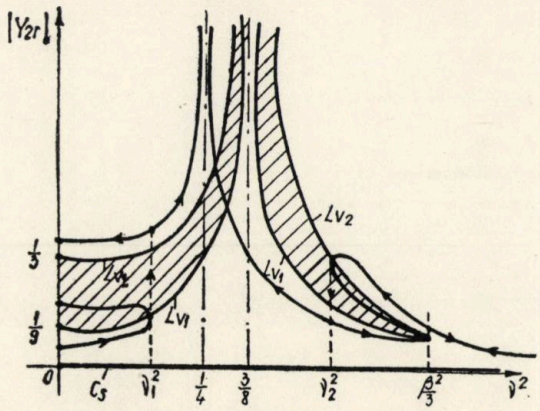


Fig. 7

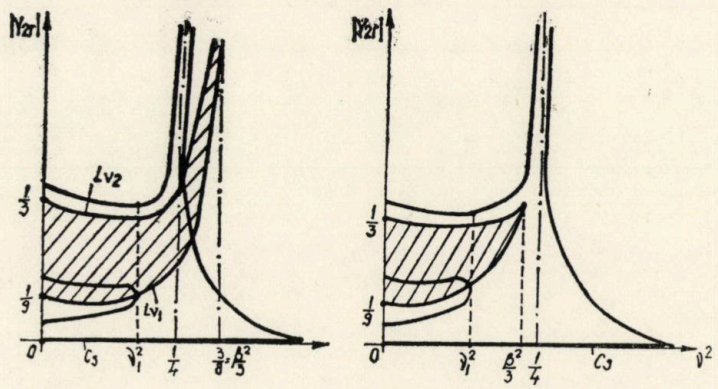
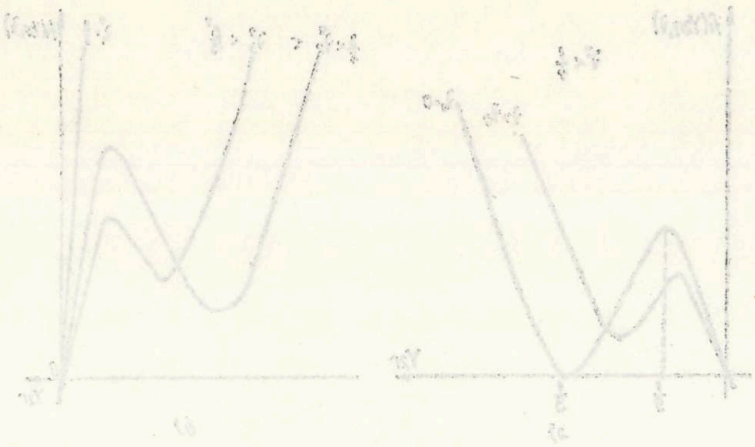
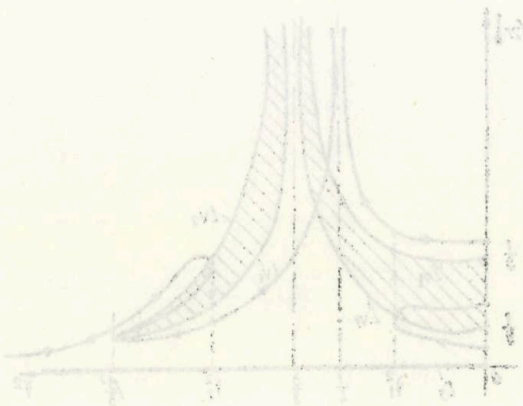
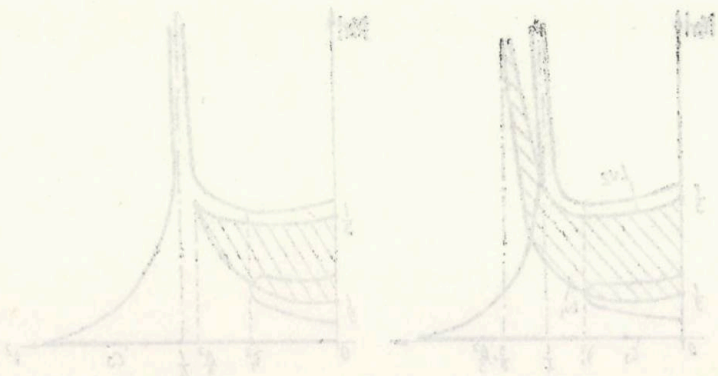


Fig. 8







électro-aimants de courant alternatif lors de la variation de la fréquence d'excitation. La relation (15) définit par $Y_{2r_{L,2}}(\nu^2)$ le lieu géométrique des points où

$$\frac{dY_{2r}}{d\nu^2} \to \infty, \tag{20}$$

donc le lieu des sommets $L_{\nu 1}$ et $L_{\nu 2}$, [1], [2], et la courbe C_s, dont l'équation qui résulte de la relation (11) pour $U=0$, est :

$$Y_{2r} = 0. \tag{21}$$

La valeur maximum pour laquelle on peut obtenir des discontinuités de l'amplitude Y_{2r} est $\nu^2=\beta^2/3$.

Les courbes $|Y_{2r}|=f(\nu^2)$ ont la forme représentée dans la Fig. 7 et mettent en évidence des discontinuités de l'amplitude Y_{2r} pour des pulsations rapportées ayant les valeurs $\nu_1^2 < 1/4$ et $3/8 < \nu_2^2 < \beta^2/3$.

De même, pour des valeurs

$$\beta^2/3 \leqslant 3/8,\ \nu_1^2 \leqslant \min(\beta^2/3,\ 1/4), \tag{21}$$

les caractéristiques $|Y_{2r}|=f(\nu^2)$ seront de la forme représentée dans la Fig. 8.

5. Conclusions

1. On analyse, en régime forcé, le système d'équations (1) qui décrit le comportement d'un électro-aimant de courant alternatif, situé initialement en équilibre mécanique, à l'armature mobile, par la méthode des sommes finies de fonctions trigonométriques et on définit, par une fonction implicite ayant la forme (8) ou (10), l'amplitude Y_2 de l'oscillation de pulsation double par rapport à celle de la source d'excitation $u(t)$.

2. On met en évidence des modifications discontinuelles, par saut, de l'amplitude de l'oscillation de pulsation 2ω de l'armature mobile lors de la modification de l'amplitude du signal d'excitation U, en précisant aussi les domaines des pulsations rapportées ν pour lequels ce processus est possible.

3. On met en évidence des modifications discontinues, par saut, de l'amplitude de l'oscillation de pulsation 2ω de l'armature mobile lors de la modification continue de la pulsation ω du signal d'excitation d'amplitude constante, en précisant aussi les conditions dans lesquelles cela est possible.

4. Les tests expérimentaux effectués confirment d'une façon satisfaisante les conclusions obtenues par voie théorique.

Reçue le 12 décembre 1981

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire d'Énergétique

BIBLIOGRAPHIE

1. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice*, Ed. Tehn., Buc., 1973.
2. Dincă F., Teodosiu C., *Vibraţii neliniare şi aleatoare*. Ed. Acad. RSR, Buc., 1969.
3. Hnatiuc Eug., *About the Working Condition of the Monophasic Electromagnet With Alternative Current, in Vibration State of Mobile Armature*. Bul. Inst. polit., Iaşi, **XX (XXIV)$_8$**, *3—4*, s. III (1975).
4. Hnatiuc Eug., *The Driving Condition for the Direct Current Electromagnets*. Bul. Inst. polit., Iaşi, **XXVI (XXXI)**, *1—2*, s. III (1981).
5. Oesingmann D., *Systematisierung der Schwinganker. Berechnung und experimentelle Überprüfung elektromagnetischer Schwinganker*. Wiss. Ztschr. TH Ilmenau, *2* (1974).
6. Львович А. Ю. *Основы теории электромеханических систем*. Изд. Ленингр. Унив. 1973.

DISCONTINUITĂŢI ALE AMPLITUDINII OSCILAŢIEI DE REGIM FORŢAT A ARMĂTURII MOBILE A ELECTROMAGNEŢILOR DE CURENT ALTERNATIV

(Rezumat)

Utilizînd metoda sumelor finite de funcţii trigonometrice se defineşte amplitudinea oscilaţiei de pulsaţie dublă faţă de aceea a semnalului de excitaţie a armăturii mobile a electromagneţilor de curent alternativ, precizînd condiţiile şi domeniile în care pot să apară discontinuităţi ale acesteia.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C.D. 621.3.064.1

L'UTILISATION D'UNE BOBINE NONLINÉAIRE À NOYAU MAGNÉTISÉ ORTHOGONALEMENT POUR LA LIMITATION DES COURANTS CONTINUS DE COURT-CIRCUIT

PAR

ADRIAN BARABOI

1. La protection des installations à courant continu contre les effets des courants de court-circuit est assurée, pour la plupart des cas, par des disjoncteurs ultra-rapides, solution demandée par la capacité réduite de surcharge thermique des éléments semiconducteurs des stations de conversion.

Les disjoncteurs ultra-rapides à courant continu remplissent cette condition par la diminution aù minimum de la durée totale de commutation ; dans ce but, ces disjoncteurs sont prévus par des dispositifs de déclenchement ayant une construction particulière, plus compliquée par rapport à celle des interrupteurs automatiques de protection. Dans la fig. 1 sont présentées des oscillogrammes d'un courant continu de court-circuit, coupé à l'aide d'un disjoncteur ultrarapide (courbe *1*), respectivement par un interrupteur automatique (courbe *2*) ; on met en évidence que, pour une durée totale de commutation $t_1<t_2$ le disjoncteur ultra-rapide permet la diminution de la sollicitation thermique de l'installation :

$$\int_0^{t_1} i^2(t)\,dt < \int_0^{t_2} i^2(t)\,dt. \tag{1}$$

L'effet thermique des courants de court-circuit peut être réduit même par la diminution des valeurs des ceux-ci. À cet égard on connaît, [3], l'utilisation du réducteur de courant représenté graphiquement dans la fig. *2* ; les valeurs du courant de court-circuit sont limitées par les segments des résistances R_1, R_2, introduits dans le circuit grâce au déplacement du contact mobile C vers sa position finale.

Dans cette Note on présente une possibilité de limitation des valeurs instantanéés des courants continus de court-circuit, offerte par l'utilisation convenable d'une bobine nonlinéaire ayant le noyau magnétisé orthogonalement (BNNMO).

2. Le schéma électrique équivalent pour un court-circuit produit dans une installation à courant continu, ayant la résistance de charge R_s, est représenté dans la Fig. 3, où par R_0 on a noté la résistance du circuit, L_0 représentant l'inductance de la ligne, U — la tension continue de la source et i_c — le courant de commande de la BNNMO.

En admettant que la tension U reste constante et qu'au moment initial ($t=0$) l'installation se trouve en régime permanent, l'équation qui décrit le fonctionnement du circuit pour $t\geqslant 0$ résulte de la forme :

$$\frac{d\psi}{dt} + L_0\frac{di}{dt} + R_0 i = U, \qquad i(0) = I_0 = \frac{U}{R_0+R_s}, \tag{2}$$

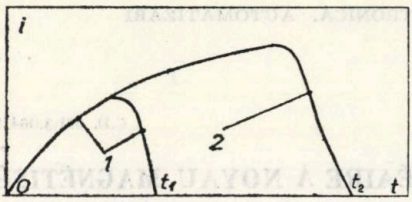


Fig. 1

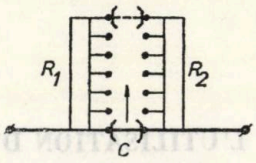


Fig. 2

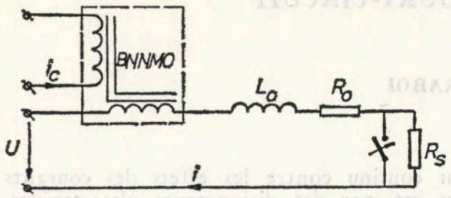


Fig. 3

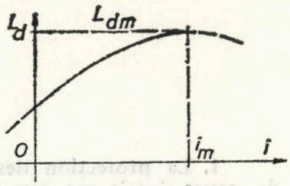


Fig. 4

unde $\psi(t)$ reprezintă fluxul magnetic total de excitaţie al BNNMO.

Dacă curentul de comandă, $i_c(t)$, satisface condiţia:

$$i_c(t) = I_{c0} - ci(t), \tag{3}$$

unde I_{c0} şi c sunt constante pozitive, caracteristica $\psi(i, i_a)$ a BNNMO, dată de relaţia [4]:

$$\psi(i, i_c) = a_{10}i - a_{12}ii_c^2 - a_{30}i^3, \tag{4}$$

poate fi scrisă sub forma:

$$\psi(i) = (a_{10} - a_{12}I_{c0}^2)i + 2a_{12}cI_{c0}i^2 - (a_{30} + a_{12}c^2)i^3, \tag{5}$$

unde a_{10}, a_{12}, a_{30} sunt constante pozitive.

Ţinând seama de relaţia (5), pentru inductanţa L_d a BNNMO rezultă expresia:

$$L_d(i) = a_0 + a_1 i - a_2 i^2, \tag{6}$$

unde:

$$a_0 = a_{10} - a_{12}I_{c0}^2 > 0, \quad a_1 = 4a_{12}cI_{c0}, \quad a_2 = 3(a_{30} + a_{12}c^2). \tag{7}$$

Curba $L_d(i)$ (Fig. 4) prezintă, pentru valoarea i_m a curentului $i(t)$, un punct de maxim (L_{dm}) unde:

$$i_m = \frac{a_1}{2a_2}, \qquad L_{dm} = a_0 + \frac{a_1^2}{4a_2}. \tag{8}$$

Se poate arăta că efectul de limitare a curentului de scurtcircuit are loc dacă punctul de funcţionare se găseşte, pentru un anumit interval de timp de la începutul scurtcircuitului, pe porţiunea ascendentă a curbei $L_d(i)$; astfel relaţiile (6)...(8) devin utile pentru dimensionarea BNNMO.

3. Ţinând seama de relaţia (5), ecuaţia diferenţială (2) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{dz}{d\tau} + z + \varepsilon z \frac{dz}{d\tau} - \mu z^2 \frac{dz}{d\tau} = 1, \qquad z(0) = z_0, \tag{9}$$

où :

$$(10)\quad \begin{cases} z=\dfrac{R_0 i}{U}, \quad z_0=\dfrac{R_0}{R_0+R_s}, \quad \tau=\dfrac{R_0 t}{L_0+a_{10}-a_{12}I_{c0}^2}, \\ \varepsilon=\dfrac{4a_{12}cI_{c0}U}{R_0(L_0+a_{10}-a_{12}I_{c0}^2)}, \quad \mu=\dfrac{3(a_{30}+a_{12}c^2)U^2}{R_0^2(L_0+a_{10}-a_{12}I_{c0}^2)}. \end{cases}$$

Pour obtenir la solution de l'équation différentielle (9) on fait appel aux procédés de l'analyse nonlinéaire. Ainsi, si l'on considère ε et μ comme deux petits paramètres, par l'utilisation de la méthode de la convolution complexe, [1], [2], une solution approximative de l'équation (9) résultera de la forme :

$$(11)\quad z(\tau)=1+b_1e^{-\tau}+b_2e^{-2\tau}+b_3e^{-3\tau}+b_4\tau e^{-\tau},$$

où :

$$(12)\quad \begin{cases} b_1=-\eta+\eta^2(\varepsilon-2\mu)+0{,}5\mu\eta^3, \quad b_2=\eta^2(2\mu-\varepsilon), \\ b_3=-0{,}5\ \mu\eta^3, \quad b_4=\eta(\mu-\varepsilon), \quad \eta=1-z_0. \end{cases}$$

Pour mettre en évidence l'effet de limitation produit par la BNNMO, on considère le cas lorsqu'on remplace celle-ci par une bobine linéaire, dont l'inductance a la valeur L_{dm}, où L_{dm} est donnée par la relation (8_2). Compte tenu de (7), (8_2) et (10), l'équation qui décrit le fonctionnement du circuit analysé, dans ce cas, peut s'écrire sous la forme :

$$(13)\quad \frac{dz}{d\tau}+\lambda z=\lambda, \quad z(0)=z_0,$$

où:

$$(14)\quad \lambda=\frac{\mu}{\mu+0{,}25\ \varepsilon^2}.$$

La solution de cette équation est :

$$(15)\quad z_*(\tau)=1-\eta e^{-\lambda\tau},$$

le paramètre η étant donné par la relation (12_5).

4. Dans la fig. 5 sont représentées graphiquement les courbes $z(\tau)$ et $z_*(\tau)$, calculées à l'aide des relations (11), respectivement (15). Celles-ci

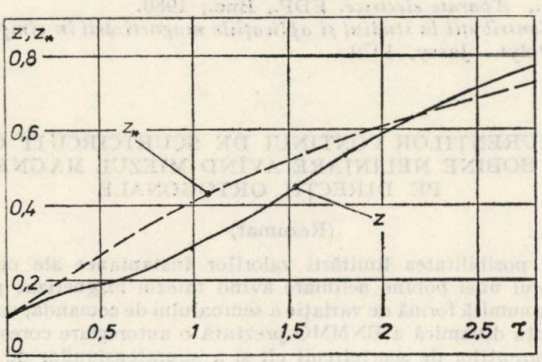


Fig. 5

mettent en évidence que, dans un espace ayant la valeur approximativement égale aux deux constantes de temps du circuit, l'effet de limitation produit sur le courant de court-circuit par la BNNMO est plus fort que le même effet, produit par une bobine linéaire ayant l'inductance égale à la valeur maximum (L_{am}) de l'inductance de la BNNMO ; d'ailleurs, la solution avec une bobine linéaire dont l'inductance a des grandes valeurs et qui produit, en régime normal, des surtensions de manoeuvre dangereuses pour l'isolement des installations à courant continu ne peut pas, pratiquement, entrer en ligne de compte pour être utilisé.

Quoique l'inductance $L_d(i)$ de la BNNMO ayant le signal de commande de la forme (3) présente un autoréglage convenable (v. la Fig. 4), l'utilisation de celle-ci pour la limitation des courants continus de court-circuit deviendra possible après la solution d'une suite de problèmes technologiques, le plus difficile étant la construction du noyau ferromagnétique.

Conclusions

1. On étudie la possibilité de l'utilisation d'une bobine nonlinéaire à noyau magnétisé orthogonalement, ayant le signal de commande de la forme (3), pour la limitation des courants continus de court-circuit.

2. On met en évidence que l'inductance $L_d(i)$ de la BNNMO présente un autoréglage convenable, de sorte que l'on peut éviter les surtensions de manoeuvre en régime normal de fonctionnement.

3. Compte tenu de l'éventualité de l'augmentation du prix du schéma de protection, de la consommation électrique supplémentaire de la BNNMO etc., la solution présentée peut être adoptée seulement en effectuant au préalable un calcul technico-économique détaillé.

Reçue le 3 décembre 1981

Institut Polytechnique, Jassy
Chaire d'Électroénergétique

BIBLIOGRAPHIE

1. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice*. Ed. Tehn., Buc. 1973.
2. Stănciulescu Fl., *Analiza şi simularea sistemelor neliniare*. Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1974.
3. Hortopan Gh., *Aparate electrice*. EDP., Buc., 1980.
4. Baraboi A., *Contribuţii la studiul şi aplicaţiile magnetizării în cîmpuri ortogonale*. Thèse, Inst. Polyt., Jassy, 1979.

LIMITAREA CURENŢILOR CONTINUI DE SCURTCIRCUIT CU AJUTORUL UNEI BOBINE NELINIARE AVÎND MIEZUL MAGNETIZAT PE DIRECŢII ORTOGONALE

(Rezumat)

Se analizează posibilitatea limitării valorilor instantanee ale curenţilor continui de scurtcircuit cu ajutorul unei bobine neliniare avînd miezul magnetizat pe direcţii ortogonale (BNMMO). Pentru o anumită formă de variaţie a semnalului de comandă, se arată, prin procedee analitice, că inductanţa dinamică a BNMMO prezintă o autoreglare corespunzătoare, care permite atît limitarea curenţilor de scurtcircuit cît şi a supratensiunilor de comutaţie, care apar în regim normal de funcţionare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.K. 621.313.362

BETRACHTUNGEN ZUR ARBEIT DER SCHRAGEMOTOREN MIT PENDELNDER LAST

VON

IOSIF BERGMAN, ADRIANA PRISĂCARU und DORIN HAGIANU

1. Vorwort

Der elektrische Antrieb von Werkzeugen die für den Motoren eine pendelnde Last (Kompressoren, Textilmaschinen, Tauchkolbenpumpen, u.a.) darstellen, ist für den Bau und der Arbeit elektrischer Maschinen [1]...[4] ein wichtiges Problem.

Die läufergespeisten Drehstromstromwender-Nebenschlußmotoren (die Schragemotoren) sind in verschiedenen Industrien und besonders in den Textilwerken viel genützt, was zum Interesse für deren Betrieb bei pendelnder Last, beiträgt. Die tehnische Literatur im Rahmen der Drehstromstromwendermaschinen [5]...[7] studiert dieses Problem nicht.

Ausgehend von einigen Arbeiten der Verfasser und von der Industrie gestellten Tatsachen, werden in diesem Aufsatz einzelheiten des Betriebes von Schragemotoren mit pendelnder Last, rechnerisch durchgeforscht. Für das hier vorgelegte Ziel werden die elektromagnetisch transiente Vorgänge im Vergleich mit den elektromechanischen, vernachlässigt.

2. Die in diesem Aufsatz genützten Gleichungen des laüfergespeisten Drehstromnebenschluss-Stromwendermotors

In der spezialisierten Literatur [5]...[7] werden verschiedene Darstellungen der Spannungsgleichungen der laüfergespeisten Drehstromstromwender-Nebenschlußmotoren, die auch hier angewendet werden, erläutert. Für den drei Wicklungen des Motors sind diese :

$$\underline{u}_i = r_i \underline{i}_i + (p + j\omega_i)\underline{\psi}_i, \quad (i = 1, 2, 3). \tag{1}$$

Die größen die sich zur am Laüfer befindeten Primärwicklung beziehen werden mit den Index 1 bezeichnet. Diese Wicklung wird vom Netz mit der Spannung :

$$\underline{u}_1 = U e^{j\omega_1 t}, \quad \omega_1 = 2\pi f = 314 \ 1/\text{sec}, \tag{2}$$

durch den Schleifring-Bürstensystem gespeist. r, i, ψ sind die Widerstände, die Ströme und die mit den Wicklungen verketteten Flüsse; $p = \mathrm{d}/\mathrm{d}t$ ist der Ableitungssoperator, der hier durch Vernächlässigung der elektromagnetischen transienten Vorgänge null ist ($p = 0$).

Es wird das mit dem Läufer solidarischen Achsensystem genützt also für der Ständerwicklung ist $\omega_2 = s\omega_1$, und für der Stromwenderwicklung ist $\omega_3 = \omega_1$; s ist der Schlupf.

Die Ständerwicklung ist zu den Stromwenderbürsten geschaltet, also :

$$u_2 = -u_3. \tag{3}$$

Alle Parameter des Sekundärenkreises werden zum Primärkreis bezogen. Das Übersetzungsverhältniss zwischen der Sekundär- und der Primärwicklung ist :

$$k_{21} = \frac{w_2 k_w}{w_1 k_{w1}} . \tag{4}$$

Zwischen der Stromwender- und der Primärwicklung wird, mit Betrachtung vom Bürstenverstellwinkel β im Bezug zur synchronen Drehzahl das folgende Übersetzungsverhätniss bestimmt :

$$k_{31} = \frac{w_3 k_{w3}}{w_1 k_{w1}} \sin \beta; \tag{5}$$

w_i, k_{wi}, $(i = 1, 2, 3)$, sind die Windungszahlen und die Wicklungsfaktoren der ersten Harmonischen.

Die Streukoeffizienten sind :

$$\sigma_1 = \frac{L_{1\sigma}}{L_1}, \quad \sigma_2 = \frac{L_{2\sigma}}{k_{21}^2 L_1}, \quad \sigma_3 = \frac{L_{3\sigma}}{k_{31}^2 L_1}; \tag{6}$$

L_1 ist die Hauptinduktivität der Primärwicklung und $L_{i\sigma}$ — die Streuinduktivitäten der drei Wicklungen. Laut [7] ist die Streuinduktivität der Stromwenderwicklung vom Schlupf s und von der Bürstenverschiebung β abhängig, was aber in diesen Studium nicht im Betracht genommen wird.

Mit diesen Bezeichnungen werden die Ausdrücke der mit den drei Wicklungen verketteten Flüsse, ausgehend von [5]...[7] geschrieben :

a) für die Primärwicklung, am Läufer

$$\underline{\psi}_1 = L_1[(1 + \sigma_1)\underline{i}_1 + (k_{21} + k_{31}e^{-j\delta})\underline{i}_2] ; \tag{7}$$

b) für die Sekundärwicklung, am Ständer

$$\underline{\psi}_2 = L_1 k_{21}[\underline{i}_1 + k_{21}(1 + \sigma_2)\underline{i}_2 + k_{31}\underline{i}_2] ; \tag{8}$$

c) für die Stromwenderwicklung

$$\underline{\psi}_3 = L_1 k_{31}[\underline{i}_1 + k_{21}\underline{i}_2 + k_{31}(1 + \sigma_3)\underline{i}_2 e^{j\delta}] . \tag{9}$$

Mit δ wird der Verschiebungswinkel zwischen der Bürstenachse am Läufer in Bezug zur Ständerwicklungsachse, der gewöhnlich nul ist, bezeichnet. Nur bei einigen Motoren mit Leistungsfaktorverbesserung bei untersynchronen Drehzahlen wird $\delta \neq 0$ gewählt.

Im stationären Betrieb werden die folgenden zwei Spannungsgleichungen erziehlt :

$$\underline{u}_1 = r_1\underline{i}_1 + j\omega_1 L_1[(1+\sigma_1)\underline{i}_1 + (k_{21}+k_{31})\underline{i}_2], \tag{10}$$

$$0 = (r_2 + r_3)\underline{i}_2 + js\omega_1 L_1 k_{21}[\underline{i}_1 + k_{21}(1+\sigma_2)\underline{i}_2 + k_{31}\underline{i}_2] + \\ + j\omega_1 L_1 k_{31}[\underline{i}_1 + k_{21}\underline{i}_2 + k_{31}(1+\sigma_3)\underline{i}_2]. \tag{11}$$

3. Die Anwendung der Methode der Wirkungsüberlagerung

In dieser Arbeit ist man um die Aufklärung einiger qualitativen Einzelheiten des Verhaltens der Schragemotoren bei pendelnder Last, zugleich mit dem Anzeigen der Rechenmethode derselben für wirkliche Fälle, bestrebt.

Aus der allgemeinen Gleichung der elektrischen Antriebe

$$M = M_s + J\frac{d\omega}{dt}, \tag{12}$$

kann der Ausdruck der Drehzahl im gegebenen Fall abgeleitet werden. Mit M, M_s und J werden das vom Motor erzeugte elektromagnetische Drehmoment, das Lastmoment bzw. das Trägheitsmoment der rotierenden Massen und mit ω die Winkelgeschwindigkeit, bezeichnet.

Durch Lösung der Gl. (12) kann der folgende Ausdruck des Schlupfes des Schragemotors in diesem Fall erziehlt werden:

$$s = s_0 + s_m \cos\omega_r t = s_0 + \Delta s\ ; \tag{13}$$

s_0 ist der konstante mittlere Schlupf zu den sich ein veränderlicher Wert des Schlupfes, mit verschiedenen Amplituden s_m und Pulsationen ω_r uberlagert. Ein solcher Fall ist beim Webstuhl zu begegnen [3], [4].

Weiter wird die Methode der Wirkungsüberlagerung, unter Betrachtung das die Ströme, Flüsse und Drehmomente aus einen Mittelwert, der zu s_0 entspricht und einen pulsierenden Wert der den Schlupf:

$$\Delta s = s_m \cos\omega_r t, \tag{14}$$

zu verdanken ist, zusammengegliedert sind, angewendet, nämlich:

$$\underline{i} = \underline{i}_0 + \Delta\underline{i},\quad \underline{\psi} = \underline{\psi}_0 + \Delta\underline{\psi},\quad M = M_0 + \Delta M.$$

Die den mittleren Schlupf s_0 entsprechenden Primär- und Sekundärströme sind aus (10) und (11) durch Einstellen von:

$$s_0 = s_{01} + k_{31}/k_{21} \tag{15}$$

wie bei jedem Schragemotor zu berechnen; s_{01} ist der Schlupf des Motors im Vergleich zur Leerlaufdrehzahl.

Um die den Schlupf Δs (s. (14)) zu verdankenden Vergrößerungen der Ströme $\Delta\underline{i}_1$ und $\Delta\underline{i}_2$ zu berechnen, geht man von den allgemeinen Gleichungen der Maschine aus:

$$\begin{cases} \underline{u}_1 = r_1\underline{i}_1 + \left(\dfrac{d}{dt} + j\omega_1\right)\underline{\psi}_1, \\ 0 = (r_2 + r_3)\underline{i}_2 + \left(\dfrac{d}{dt} + js\omega_1\right)\underline{\psi}_2 + \left(\dfrac{d}{dt} + j\omega_1\right)\underline{\psi}_3. \end{cases} \tag{16}$$

Es werden, unter Berücksichtigung der Werte aus (14) und der Gleichungen (10), (11) die folgenden Ausdrücke, bei Vernachlässigung der Produkte zweier kleinen Werte, erziehlt :

$$(17)\quad \begin{cases} 0 = r_1 \Delta \underline{i}_1 + \left(\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \mathrm{j}\omega_1\right)\Delta \underline{\psi}_1, \\ 0 = (r_2 + r_3)\Delta \underline{i}_2 + \left(\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \mathrm{j}s_0\omega_1\right)\Delta \underline{\psi}_2 + \left(\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \mathrm{j}\omega_1\right)\Delta \underline{\psi}_3 + \mathrm{j}\omega_1 \underline{\psi}_{20}\Delta s. \end{cases}$$

Der Ausdruck von Δs wird in komplexer Form geschrieben :

$$\Delta \underline{s} = s_m e^{\mathrm{j}\omega_r t}.$$

In diesem Fall wird in (17) $\mathrm{d}/\mathrm{d}t = \mathrm{j}\omega_r$ ersätzt. $\underline{\psi}_{20}$ enspricht dem Schlupf s_0 und ist aus (10) und (11) zu erläutern. Also kann geschrieben werden :

$$(18)\quad \begin{cases} 0 = \{r_1 + \mathrm{j}[\omega_1 L_1(1+\sigma_1) + \omega_r L_1(1+\sigma_1)]\}\Delta \underline{i}_1 + \mathrm{j}[\omega_1 L_1(k_{21}+k_{31}) + \\ \qquad + \omega_r L_1(k_{21}+k_{31})\Delta \underline{i}_2], \\ 0 = \mathrm{j}[s_0\omega_1 L_1 k_{21} + \omega_1 L_1 k_{31} + \omega_r L_1(k_{21}+k_{31})]\Delta \underline{i}_1 + \{r_2 + r_3 + \\ + \mathrm{j}[s_0\omega_1 L_1 k_{21}^2(1+\sigma_2) + s_0\omega_1 L_1 k_{21}k_{31} + \omega_1 L_1 k_{21}k_{31} + \omega_1 L_1 k_{31}^2(1+\sigma_3) + \\ \qquad + 2\omega_r L_1 k_{21}k_{31} + \omega_r L_1 k_{31}^2(1+\sigma_3) + \omega_r L_1 k_{21}^2(1+\sigma_2)]\}\Delta \underline{i}_2 + \\ \qquad + \mathrm{j}\omega_1 L_1 k_{21}\Delta s[\underline{i}_{10} + k_{21}(1+\sigma_2)\underline{i}_{20} + k_{31}\underline{i}_{20}]. \end{cases}$$

Mit den hier erziehlten Stromverte werden das Drehmoment :

$$(19)\quad M = M_0 + \Delta M,$$

wo

$$(20)\quad M_0 = \frac{3}{2}\mathcal{I}m(\underline{\psi}_{10}\underline{i}_{10}),$$

$$(21)\quad \Delta M = \frac{3}{2}\mathcal{I}m(\underline{\psi}_{10}\Delta \underline{i}_1 + \underline{i}_{10}\Delta \underline{\psi}_1),$$

die Wirkleistung :

$$(22)\quad P = \omega_1 M,$$

die Blindleistung :

$$(23)\quad Q = Q_0 + \Delta Q,$$

wo

$$(24)\quad Q_0 = \frac{3}{2}\omega_1 \mathcal{R}e(\underline{\psi}_{10}\underline{i}_{10}),$$

$$(25)\quad \Delta Q = \frac{3}{2}\omega_1 \mathcal{R}e(\underline{\psi}_{10}\Delta \underline{i}_1 + \underline{i}_{10}\Delta \underline{\psi}_1),$$

die Scheinleistung :

$$(26)\quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

und der Leistungfaktor :

$$(27)\quad \cos\varphi = \frac{P}{S}$$

berechnet.

$\underline{i}_{10}$, $\underline{i}_{20}$ und $\underline{\psi}_{10}$ sind die Werte der Ströme und des Primärflußes die den Schlupf s_0 entsprechen, während $\Delta\underline{i}_1$, $\Delta\underline{i}_2$ und $\Delta\underline{\psi}_1$ die Vergrösserungen derselben, darstellen.

Die hier zum Ausrechnen der Parameter des Schragemotors der eine pulsierende Last antreibt vorgelegten Formeln, vernachlässigen die elektromagnetische transiente Vorgänge, aber haben den Vorteil relativ leicht anwendbar zu sein.

Eine genauere Berechnung dieser Parameter muß die elektromagnetische transiente Vorgänge berücksichtigen und kann nur mit den Digitalrechner durchgeführt werden.

4. Zahlenbeispiel

Die da vorgelegten Betrachtungen werden an einen Schragemotor mit den folgenden Daten geprüft:

5,8/14,5/21 KW ; 500/1 000/1 500 U/min ; 380 V ; 50 Hz ;

24,7/29,9/38,8 A ; $\cos\varphi = 0{,}54/0{,}86/0{,}99$.

Die Parameter des Motors sind: die Wirkwiderstände $r_1 = 0{,}24\ \Omega$; $r_2 = 0{,}022\,\Omega$; $r_3 = 0{,}065\,\Omega$, die Streublindwiderstände $x_1 = 0{,}5\,\Omega$; $x_2 = 0{,}044\,\Omega$; $x_3 = 0{,}012\ \Omega$, der Hautblindwiderstand $x_m = 17{,}5\ \Omega$ und die Übersetzungsverhältnisse $k_{21} = 0{,}304$; $k_{31} = 0{,}176\ \sin\beta$.

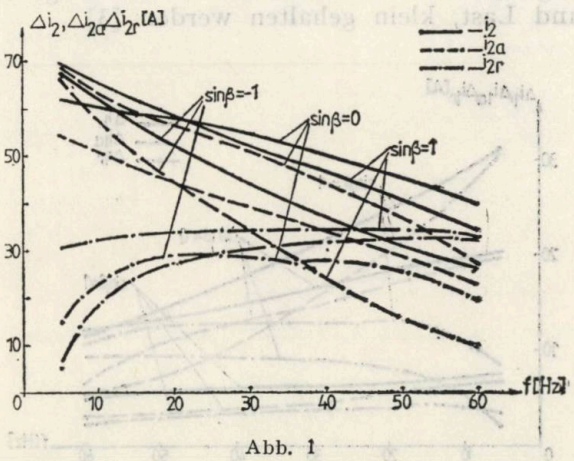


Abb. 1

Es werden mehrere Werte der komponenten der Schlupfes (13) gebraucht die so, das man die wichtigsten Eigenschaften dieses Arbeitsregimes herausforschen soll, gewählt wurden. So werden drei Werte des Konstanten Schlupfes die den Bürstenverstellwinkeln $\sin\beta = 0$; -1 ; $+1$ entsprechen und die Pulsationsfrequenzen $f_r = 5$; 10 ; 15 ; 50 und 60 Hz, für $s_m = 0{,}1$ im Betracht genommen.

Die Tabelle 1 enthält die mit den Formeln (10), (11), (20) und (27) berechneten Mittelwerte der Primär- und Sekundärströme i_{10}, i_{20}, der

Drehmomente M_0, der Leistungsfaktoren $\cos\varphi_0$ die den Schlupf s_0 (s. (15)) entsprechen

Tabelle 1

$\sin\varphi_0$	-1	$-0,5$	0	0,5	1
s_0, [%]	$-0,52$	$-0,23$	0,06	0,35	0,64
i_{10}, [A]	23	20	18,3	16,7	15,1
i_{20}, [A]	43,2	43,5	44,1	43,6	41
M, [Nm]	20,9	17,41	13,8	9,7	5,3
$\cos\varphi_0$	0,89	0,83	0,72	0,55	0,32

Die tabellierten Werte sind bei einen durch Bürstensatzverstellung regelbaren Schragemotor für konstanten Schlupf im Bezug zur Leerlaufdrehzahl, die gewöhnlichen.

Laut den da oben erläuterten, äussert die pulsierende Last durch den mit den Formeln (18) und (21) berechneten Vergrößerungen der Ströme und des Drehmomentes, für verschiedene Werte der Schlupfamplitude s_m und der Pulsationfrequenz der Last, f_r, sich.

Die Vergrößerungen der Ströme sind mit dem Wert von s_m proportional. Dafür muß diese Schlupfamplitude durch Verminderung des Ungleichmässigkeitsgrades der Last und des Übersetzungsverhältnisses zwischen Motor und Last, klein gehalten werden [3].

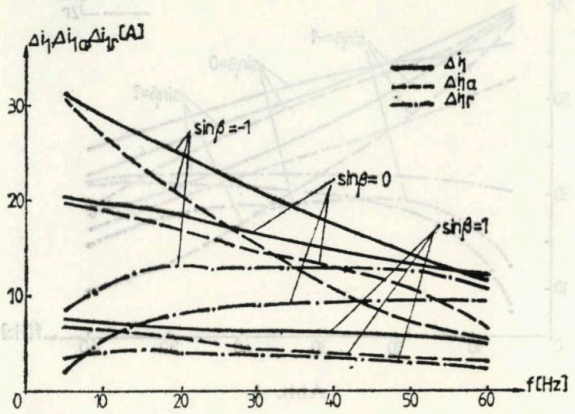


Abb. 2

In Abb. 1 und 2 werden die Vergrößerungen der Primär- und Sekundärströme, Δi_1, Δi_2, und dessen Wirk- und Blindkomponenten, Δi_{01}, Δi_{02}, Δi_{r1}, Δi_{r2}, als Funktionen der Lastfrequenz f_r, für drei Bürstenverstellwinkel, β, gezeichnet. Für kleinere Lastfrequenzen können die Stromvergrösserungen die Strommittelwerte i_{10} und i_{20} überschreiten, was für kurze Zeit den Übergang zum Generatorbetrieb ermöglichen kann. Die Blindkom-

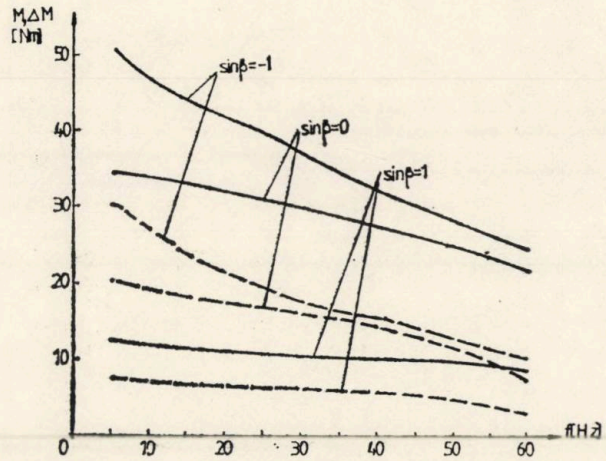

M,ΔM
[Nm]
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
f[Hz]
sinβ=-1
sinβ=0
sinβ=1

Abb. 3

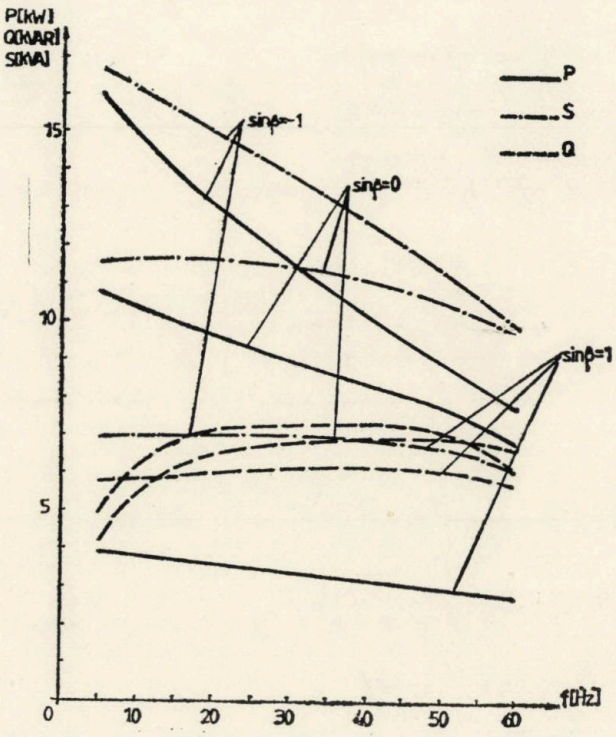
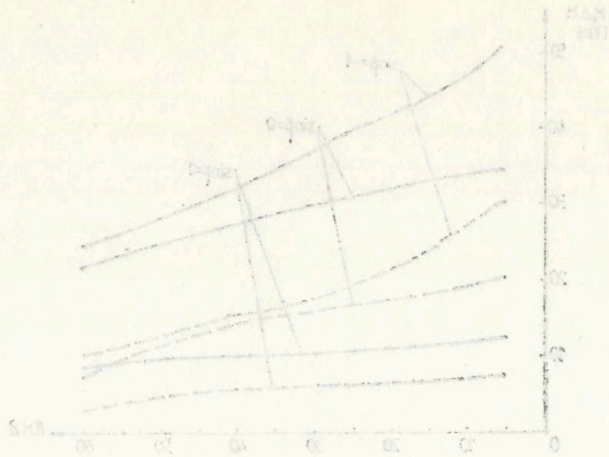
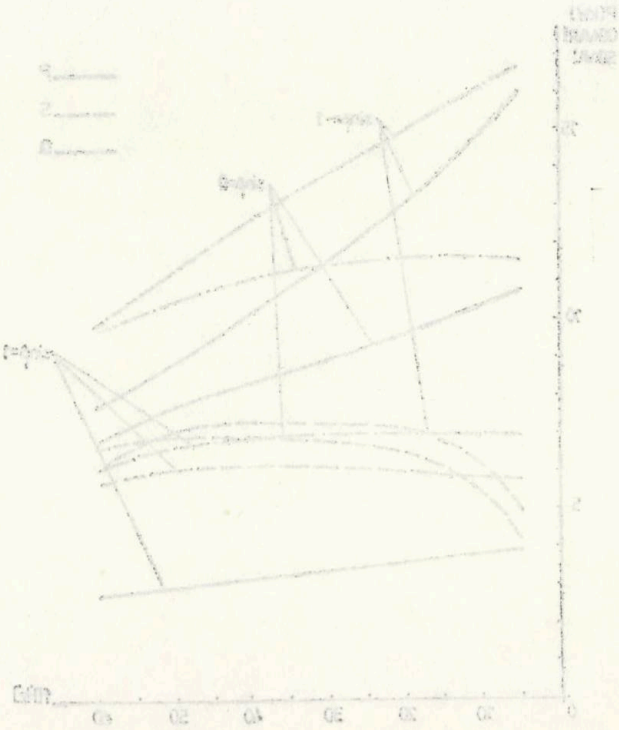

P[kW]
Q[kVAR]
S[kVA]
15
10
5
0
10
20
30
40
50
60
f[Hz]
P
S
Q
sinβ=-1
sinβ=0
sinβ=1

Abb. 4





ponenten der Ströme vergrößern sich zugleich mit der Lastfrequenz, f_r, und tragen also zur Verminderung des Leistungsfaktors, cos φ, bei.

In den Abb. 3 und 4 wird der Verlauf der Drehmomente M, ΔM, der Wirk-, Blind-, Scheinleistungen P, Q, S mit der Lastfrequenz, f_r, dargestellt. Die Vergrößerung der Lastfrequenz führt zur Verkleinerung von Wirk- und Scheinleistung während die Blindleistung wenig von derselben beeinflußt ist.

Daraus erscheint die in Abb. 5 gezeichnete Verkleinerung des Leistungsfaktors beim anwachsen der Lastfrequenz wieder. Auch ist der Einfluß der Schlupfamplitude, s_m, auf den Wert von cos φ bei untersynchroner (sin $\beta = 1$) und übersynchroner (sin $\beta = -1$) Drehzahl ersichtlich.

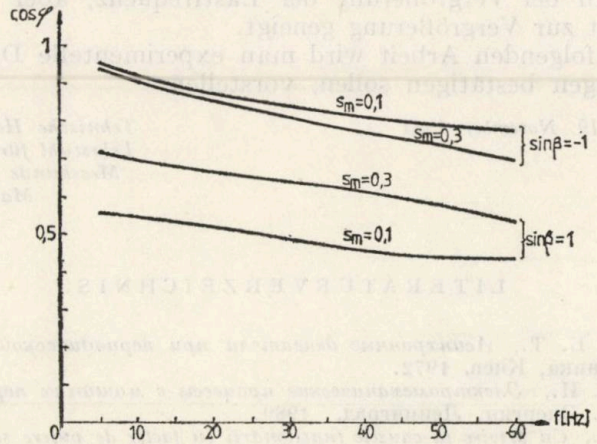


Abb. 5

5. Der Einfluß der pendelnden Last auf der Stromwendung des Schragemotors

Die Stromwendung der läufergespeisten Drehstromstromwendermotoren ist gründlich in [8], ohne das Problem der Arbeit bei pendelender Last zu stellen, studiert.

In der kommutierenden Spule werden die EMK der Selbstinduktion die proportional und phasengleich mit den Bürstenstrom ist und die vom Drehfeld und den höheren Harmonischen des Luftspaltfeldes, transformatorischen EMK-te induziert. Die gesamte EMK in der kommutierenden Spule wird durch der geometrischen Addition der oben genannten EMK, die die selbe Frequenz haben, berechnet.

Um eine begnügende Stromwendung zu erziehlen, muß die pulsierende Last so bemessen werden das die in der kommutierenden Spule induzierte gesamte EMK nicht seinen Grenzwert überscheiten soll.

Bei den Schragemotoren ist die Stromwenderwicklung auf den primären Teil des Motors untergebracht, was den Einfluß der Drehzahl nur auf der Selbstinduktions EMK, beschränkt.

6. Schlußfolgerungen

Es wird ein vereinfachtes mathematisches Modell zur Analyse des Betriebs der Schrage motoren bei pendelnder Last studiert. Es sind folgende Schlüße herauszuforden :

a) Die pendelnde Last wirkt sich ungünstig auf alle Betriebsparameter des Motors aus. Bei zu kleinen Trägheitsmoment des Läufers werden die Drehzahlschwankungen auch im vom Netz aufgenommenen Strom und im Netz selbst empfunden.

b) Der Leistungsfaktor des Motors verkleinert sich beim Erscheinen der pendelnden Leistung und wird um so kleiner je größer die Lastfrequenz ist.

c) Der sekundäre Wirkstrom und seine zusätzlichen Komponenten verkleinern sich bei Vergrößerung der Lastfrequenz, aber dessen Blindkomponente ist zur Vergrößerung geneigt.

In einer folgenden Arbeit wird man experimentelle Daten die diese Schlußfolgerungen bestätigen sollen, vorstellen.

Eingegangen am 19. November 1981

Tehnische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Elektrotechnik,
Messkunde und Elektrische
Maschinen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Артемюк Б. Т., *Асинхронные двигатели при периодической нагрузке.* Изд. Техника, Киев, 1972.
2. Трещев И. И., *Электромеханические процессы в машинах переменного тока.* Изд. Энергия, Ленинград, 1980.
3. Bergman I., *Cu privire la cauzele funcţionării cu factor de putere scăzut a motoarelor asincrone de acţionare a războaielor de ţesut.* Electrotehnica, **20**, 4, 134—138 (1972).
4. Bergman I., Thirer N., Prisăcaru A., *Über die Benützungsmöglichkeit des Digitalrechners Felix C-256 zur Analyse des Betriebs der Asynchronmotoren die Webstuhle antrieben.* Bul. Inst. polit., Iaşi, **XX (XXIV)**, 3—4, s. III, 47—54 (1975).
5. Michael W., *Theorie der Wechselstrommaschinen in vektorieller Darstellung.* Verlag Teubner, Leipzig u. Berlin, 1937.
6. Костенко М. П., Гнедик Л. П., *Теория и расчет трехфазных коллекторных машин и каскадных систем.* Изд. Наука, Москва, 1964.
7. Späth H., *Beitrag zur Analyse von Drestrom-Kommutatormaschinen.* Diss., Karlsruhe, 1967.
8. Richter R., *Elektrische Maschinen.* Bd. **V**, Springer Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1950.

CONSIDERAŢII PRIVIND FUNCŢIONAREA MOTOARELOR SCHRAGE CU SARCINI PULSATORII

(Rezumat)

Metoda de calcul a parametrilor de funcţionare ai motoarelor Schrage cu sarcini pulsatorii permite evidenţierea neajunsurilor provocate de această sarcină ; reducerea factorului de putere, înrăutăţirea comutaţiei, influenţa nefavorabilă asupra reţelei de alimentare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C.D. 621.318.423

L'AMÉLIORATION DE LA QUALITÉ DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE ET DU RENDEMENT DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES PAR L'UTILISATION DES BOBINES DE RÉACTANCE JUMELÉES

PAR

D. IVAS, GH. CÎRȚINĂ, N. SUFLEȚEL et JEAN IGNAT

1. Introduction

Un nombre accru de technologies modernes imposent l'utilisation des installations déformantes, avec des puissances de plus en plus grandes. Comme conséquence du poids des consommateurs déformants augmentat d'une manière continuelle on constate la présence des harmoniques supérieures dans le système aux niveaux de tous les tensions. La circulation de ces harmoniques peut affecter la qualité de l'énergie électrique fournie aux consommateurs, le rendement et la fiabilité des installations énergétiques. Dans des cas particuliers, à cause de la résonance, des avaries des batteries de condensateurs peuvent apparaître.

Les exigences envers la qualité de l'énergie électrique augmentant toujours, de nombreuses études ont été effectuées pour la diminution de ces conséquences. D'habitude on exprime la qualité de la tension par le degré de distorsion de la tension, défini par la relation

$$Kd_u = \sqrt{\frac{\sum_{\nu=2}^{\infty} U_\nu^2}{\sum_{\nu=1}^{\infty} U_\nu^2}}. \tag{1}$$

Pour que les harmoniques ne pénètrent par dans le réseau on utilise, avec de bons résultats, des filtres d'absorption accordés sur les harmoniques respectives [1], [5]. Le nombre des filtres à instaler dépend du degré de distorsion admis pour la tension.

Étant donné qu'il y a des postes de transformation mixtes (avec des consommateurs déformants et nondéformants), dans le travail [6] on a étudié l'influence des paramètres du réseau sur le degré de distorsion de la tension et on a déduit les valeurs de certains paramètres quand les autres sont donnés de tel façon que $K_{\acute{c}u}$ ne dépasse pas la valeur imposée.

Dans ce qui suit on étudie l'opportunité de l'utilisation des bobines de réactance jumelées dans les schémas électriques, pour la diminution des conséquences des harmoniques sur les consommateurs nondéformants alimentés à partir du même jeu de barres.

2 Considérations théoriques

Dans le cas des redresseurs commandés symétriques, du côté c.a. se produisent les harmoniques de rang

$$\nu = kp \pm 1, \quad (k = 1, 2, \ldots), \tag{2}$$

dont la valeur effective est [2] :

$$I_\nu = \frac{I_1}{\nu}\eta, \tag{3}$$

où : p—le nombre des pulsations du redresseur, I_1—la valeur effective de la fondamentale, η — un coefficient qui tient compte de l'angle d'amorçage.

Si le transformateur du redresseur a la connexion Δ/Y, le courant de ligne dans le primaire du transformateur a pour expression [6] :

$$i_L = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi} \cdot \frac{I_{di}}{K_{TR}} \left(\sin \omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{11} \sin 11\omega t + \frac{1}{13} \sin 13\omega t + \ldots \right), \tag{4}$$

où : I_{di} — le courant continu redressé, K_{TR}— le rapport de transformation du transformateur du redresseur.

Pour chaque situation, après la détermination du contenu en harmoniques de la tension du jeu de barres, pour la mise en projet des filtres on détermine d'abord les puissances réactives des condensateurs des filtres [2] :

$$Q_C = 1{,}3 \cdot \sqrt{3} U_{nC} I_{\nu C}, \quad (\nu = 5, 7, 11, 13, \ldots), \tag{5}$$

dont les valeurs servent à choisir les puissances recommandées pour ceux-ci. Dans la relation (5) $I_{\nu C}$ est la valeur de calcul pour l'harmonique de rang ν.

Mais l'utilisation des filtres n'est pas toujours la solution la plus économique (par exemple, dans le cas des fours à arc). Dans ces situations l'utilisation de la bobine de réactance jumelée peut s'avérer comme une solution intéressante, surtout lorsqu'on emploie des réacteurs en vue de limiter le courant de court-circuit [5].

Dans les schémas des Fig. 1 et 2 on a noté par : $\underline{Z}_k$ — l'impédance du système, $\underline{Z}_L$ — l'impedance propre de la bobine (pour une branche).

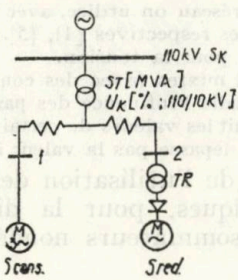


Fig. 1

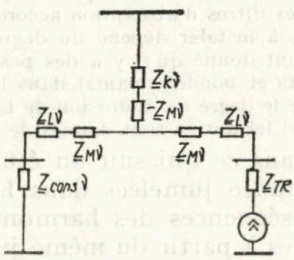


Fig. 2

Le coefficient de couplage de la bobine est défini par $K_M = X_M/X_L \in [0 \ldots 1]$, où X_L est la réactance de la bobine (pour une branche) et X_M—la réactance mutuelle des deux branches.

L'analyse de ces schémas met en évidence que la bobine de réactance jumelée se comporte, du côté consommateur, comme un filtre refoulant.

Avec les notations de la Fig. 2, la tension de l'harmonique supérieure sur le jeu de barres *1* a pour expression ($Z_{cons} >> Z_L$)

$$\underline{U}_{1\nu} = \frac{(\underline{Z}_{k\nu} - \underline{Z}_{M\nu})\,\underline{Z}_{cons\nu}}{\underline{Z}_{k\nu} + \underline{Z}_{L\nu} + \underline{Z}_{cons\nu}}\,\underline{I}_{\nu}, \tag{6}$$

où : $\underline{Z}_{cons\nu}$ — l'impédance du consommateur pour l'harmonique ν. Cette expression montre que pour $\underline{Z}_{M\nu} \to \underline{Z}_{k\nu}$, la tension de l'harmonique ν sur le jeu de barres *1* tend s'annuler,

$$\lim_{\underline{Z}_{M\nu} \to \underline{Z}_{k\nu}} \underline{U}_{1\nu} = 0. \tag{7}$$

Donc par l'accord plus ou moins exact de la bobine de réactance jumelée avec le réseau d'alimentation on peut diminuer les harmoniques supérieures jusqu'à la limite désirée. Si on néglige les résistances par rapport aux réactances, pour le degré de distorsion de la tension du jeu de barres *1* il en résulte l'expression

$$K_{d_u} = 0{,}909 \sqrt{\sum_{\nu=5}^{\infty} \left[\frac{(1 - X_{M\nu}/X_{k\nu})^2 X_{cons\nu}}{1 + X_{L\nu}/X_{k\nu} + X_{cons\nu}/X_{k\nu}} \right]^2} \tag{8}$$

qui, à la suite de quelques transformations devient :

$$K_{d_u} = 148\,\frac{1 - K_M - K_L}{1 + K_L + S_k/[S_{cons}(1 + S_k/10S_T)]} \cdot \frac{S_{red}}{S_{cons}},\ [\%]. \tag{9}$$

Le coefficient $K_0 = 148$ résulte pour le cas particulier $S_{TR} = 500$ KVA, $U_{di} = 1\,000$ V, $I_{di} = 476{,}1$ A. Le redresseur comporte plusieurs installations identiques dont la puissance apparente est S_{red}. Afin de simplifier les calculs on considère la tension de court-circuit du transformateur 110 KV/10 KV, $U_{cc} = 11\,\%$ et les réactances X_L et X_M deviennent

$$X_L = K_L X_k = K_L \frac{110^2}{S_k}\left(1 + \frac{S_k}{10S_T}\right), \tag{10}$$

$$X_M = K_M X_L = K_M K_L \left(1 + \frac{S_k}{10S_T}\right)\frac{110^2}{S_k}. \tag{11}$$

Les relations (10) et (11) permettent à calculer les réactances de chaque branche de la bobine et la réactance mutuelle des ceux-ci en fonction de la réactance du système et de la réactance du transformateur HT/MT.

3. L'étude de la influence de la bobine jumelée

La prolifération des consommateurs déformants et la grande diversité des schémas d'alimentation des ceux-ci conduisent à l'impossibilité d'adopter toujours des postes propres. C'est la raison pour la quelle il faut déterminer

les mesures les plus efficaces afin que les autres consommateurs soient dérangés le moindre. On constate que plus que la puissance de court-circuit du système, S_k, sera plus grande d'autant la tension du jeu de barres sera meilleure du point de vue du contenu en harmoniques en s'approchant d'une sinusoïde. Les consommateurs voisins seront dérangés dans une mesure plus ou moins grande, en fonction de la puissance de court-circuit du système, S_k, de la puissance du transformateur HT/MT, S_T, et de leurs propres puissances.

En considérant connecté au jeu de barres à 10 KV un consommateur avec une puissance donnée, les harmoniques I_5, I_7, I_{11}, I_{13}, etc. vont se ramifier entre le système et l'usager en fonction des impédances correspondantes. Si on suppose qu'il n'y a pas des filtres et des installations de compensation de l'énergie réactive, plus que S_{cons} augmente, d'autant le degré de distorsion de la tension, K_{d_u}, va diminuer. La bobine de réactance jumelée à noyau de fer intervient d'une manière essentielle en déterminant la diminution de K_{d_u} par la diminution de la réactance du système (Fig. 2).

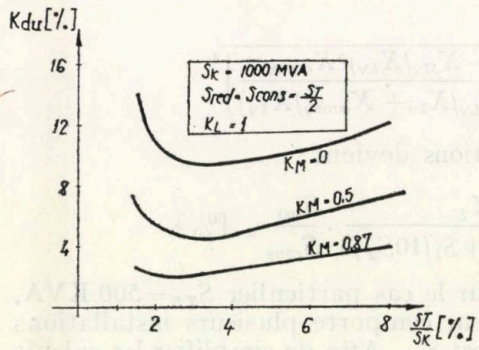


Fig. 3

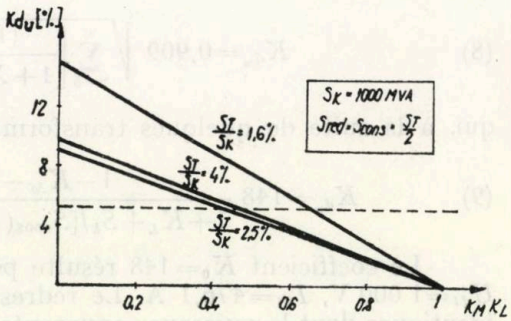


Fig. 4

La Fig. 3 met en évidence la variation de K_{d_u} avec la puissance du transformateur, S_T, pour différentes valeurs du coefficient de couplage. Les courbes sont tracées pour $S_k = 1\,000$ MVA et $S_{red} = S_{cons}$. Les courbes respectives présentent un minimum dans la zone $S_T = (2 \ldots 4)\,\%S_k$. On observe que l'augmentation de K_M constitue un moyen très efficace pour la diminution de K_{d_u} et à la limite, pour $K_M = 1$, $K_{d_u} = 0$.

La dépendance $K_{d_u} = f(K_M K_L)$ est représentée dans la Fig. 4 pour différentes valeurs des puissances S_T et pour $S_{red} = S_{cons}$. Pour des petites valeurs des puissances S_T, l'augmentation de K_{d_u} est importante.

À partir de ces observations on peut conclure qu'il est possible de déterminer pour chaque valeur de S_T la valeur du produit $K_M K_L$ qui soit conforme au but proposé, à savoir la réduction du degré de distorsion de la tension à un certain niveau.

La Fig. 5 montre que l'augmentation de la puissance S_{cons} conduit à l'augmentation de K_{d_u}, mais cette valeur peut être réduite jusqu'à n'importe quelle limite par le choix d'un coefficient de couplage adéquat.

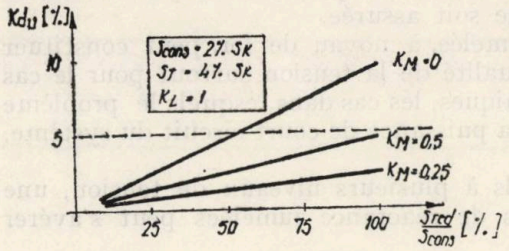


Fig.

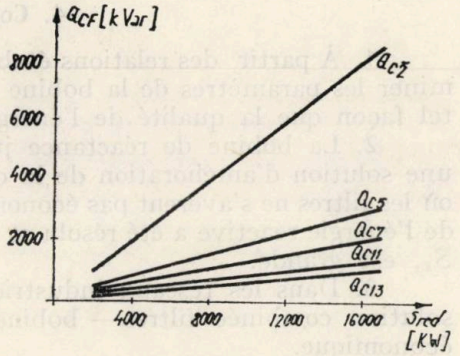


Fig. 6

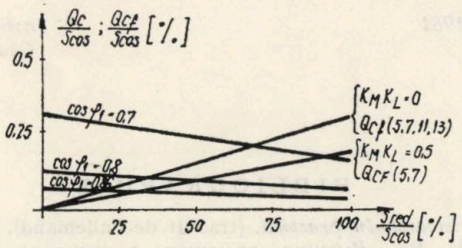


Fig. 7

Dans le choix des moyens de compensation des phénomènes déformants un facteur important c'est la solution du problème de compensation de l'énergie réactive. En raison de leur caractère capacitif par rapport à la fondamentale, les filtres d'absorption peuvent servir comme source d'énergie réactive. La puissance des condensateurs de ces filtres peut atteindre 50 %S_{red} (Fig. 6). De plus, les filtres ne représentent pas une solution pour les harmoniques basses ($\nu=2$, $\nu=4$). De même, les filtres ne peuvent pas couvrir le nécessaire de puissance réactive pour les petites valeurs de cos φ et du rapport S_{red}/S_{cons} (Fig. 7).

L'installation de la bobine de réactance jumelée à noyau de fer avec de grands coefficients de couplage réduit le nombre nécessaire de filtres, mais il reste que la puissance réactive soit fournie par d'autres sources de la zone respective. La solution qui préconise l'utilisation d'une bobine de réactance jumelée à noyau de fer s'avère plus utile, plus que le facteur de puissance du consommateur nondéformant est petit. Un cas particulier est constitué par les réseaux industriels à plusieurs niveaux de tension. Dans cette situation un solution combinée : filtres, au niveau de 30 KV, par exemple, et bobine de réactance jumelée à noyau de fer aux niveaux de 5 et 10 KV peut s'avérer une solution très économique. La puissance des filtres diminue par des compensations réciproques et à cause de la nonsimultanéité et cette réduction peut dépasser même 50 %.

4. Conclusions

1. À partir des relations établies et des courbes tracées on peut déterminer les paramètres de la bobine de réactance jumelée, à noyau de fer, de tel façon que la qualité de l'énergie soit assurée.

2. La bobine de réactance jumelée, à noyau de fer, peut constituer une solution d'amélioration de la qualité de la tension surtout pour le cas où les filtres ne s'avèrent pas économiques, les cas dans lesquels le problème de l'énergie réactive a été résolu et la puissance de court-circuit du système, S_k, est grande.

3. Dans les réseaux industriels à plusieurs niveaux de tension, une solution combinée filtres — bobines de réactance jumelées peut s'avérer économique.

4. La détermination de l'oportunité et des paramètres des bobines de réactance jumelées est effectuée à l'aide des calculs technico-économiques.

Reçue le 25 novembre 1981

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire d'Electroénergétique
et
IRE, Jassy

BIBLIOGRAPHIE

1. Möltgen G., *Tiristoarele în practică*, (traduit de l'allemand). Ed. Tehn., Buc., 1970.
2. Жежеленко И. В., *Высшие гармоники в системах электроснабжения промышленных предприятий*. Изд. Энергия *М.*, 1974.
3. Albert H. et al., *Alimentarea cu energie electrică a întreprinderilor industriale*. Ed. Tehn., Buc., 1978.
4. Schmidt H., *Netzrückwirkungen in einen Industrienetz mit einem hohen Anteil an Stromrichterleistung*. ETZ A, *5*, 341—345 (1977).
5. Рытов Ю. П., *Своенный реактор как средство ограничения несинусоидальности в электрических сетях*. Пром. энергетика, *4*, 35—38 (1981).
6. Cîrţină Gh., Ivas D., Bîrlădeanu E., *Asupra posibilităţilor de determinare a ponderii maxime de putere deformantă în sarcina totală a unei staţii de transformare*. Energetica, *12*, 561—564 (1980).

ÎMBUNĂTĂŢIREA CALITĂŢII ENERGIEI ELECTRICE ŞI A RANDAMENTULUI REŢELELOR ELECTRICE PRIN FOLOSIREA BOBINELOR DE REACTANŢĂ JUMELATE

(Rezumat)

Se arată că în anumite cazuri bobina de reactanţă jumelată, cu miez de fier, se dovedeşte o soluţie economică pentru îmbunătăţirea calităţii energiei electrice şi a randamentului reţelelor electrice. Se stabilesc relaţii şi se trasează curbe cu ajutorul cărora se pot determina parametrii bobinei cînd parametrii reţelei sînt daţi astfel încît gradul de distorsiune al tensiunii să nu depăşească valoarea admisă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVIII (XXXII), Fasc. 1—4, 1982
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ENERGETICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. D. 621.316.13; 681.14

SUR L'UTILISATION DU MINICALCULATEUR M-18 DANS LA CONDUITE DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES

PAR

GH. CÎRŢINĂ, CORNELIU PETRILĂ, GH. DUMITRU et TĂNASE SOLONEAN

1. Considérations générales

Un réseau électrique comprend un nombre élevé d'ouvrages de production, de transport et de distribution d'énergie. Bien que les ouvrages sont dispersés géographiquement, leur exploitation doit être coordonnée, soit pour rétablir une situation normale après un incident (ce qui entraine le plus souvent des manoeuvres dans plusieurs ouvrages), soit pour exploiter le réseau plus près de ses limites techniques, afin de retarder des renforcements coûteux.

Cette nécessité justifie le développement rapide des installations de conduite et gestion des réseaux électriques qui permettent de regrouper l'exploitation des ouvrages en un nombre réduit de points, eux-même reliés à des centres de conduite régionaux ou nationaux. Aujourd'hui les équipements de téléconduite incorporent de mini- ou microcalculateurs [1], [2]. Un équipement de téléconduite contient du matériel installé dans l'ouvrage conduit qu'on appellera poste asservi, (PA), et du matériel installé au poste de commande (PC).

Sur le plan général, les mini- ou les microcalculateurs sont utilisés de plus en plus pour la conduite des processus technologiques (dans l'industrie chimique, sidérurgique etc.) alimentés par le système électroénergétique, ce qui impose la réduction du temps de réaction du celui-ci.

L'introduction à grande échelle des outils modernes de conduite des réseaux électriques permettra une meilleure connaissance des réseaux, l'augmentation de la fiabilité de celle-ci, l'optimisation de l'exploitation, la détermination des paramètres synthétiques pour la mise en projet des futures réseaux.

2. La situation de la téléconduite du SEE en R.S.R.

L'utilisation du calculateur dans un poste électrique est justifiée par raison de coût depuis quelques années. Les différences de prix entre la logique

cablée et les solutions de logique programmée ont augmenté de plus en plus tout récemment. Ainsi, l'utilisation des calculateurs dans les centrales et postes électriques et même dans les réseaux à moyenne tension est devenue un problème à l'ordre de jour.

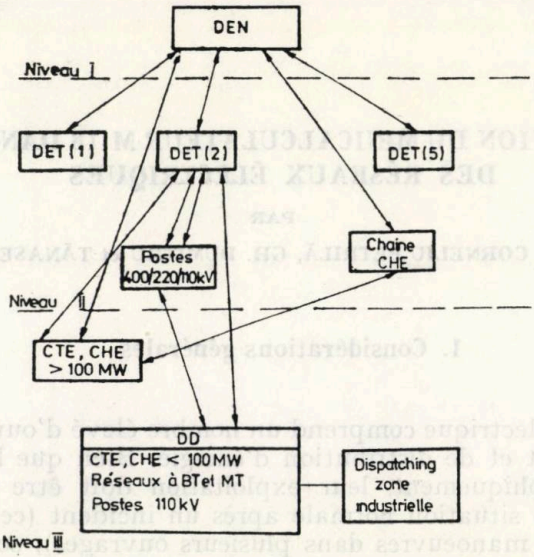


Fig. 1

Dans la Fig. 1 on représente le schéma d'organisation de la technique de calcul pour le système énergétique de la République Socialiste de Roumanie. Ce schéma comprend trois niveaux [3]. Au premier niveau, Dispatching Énergétique National (DEN), il y a deux calculateurs SIEMENS 330 avec une mémoire opérative de 128 kO. Ces calculateurs travaillent liés, en régime de réservation. Au deuxième niveau, Dispatching Énergétique Territorial (DET), sont en fonction des calculateurs SIEMENS 320 K ayant une mémoire opérative de 64 kO. Pour le troisième niveau sont prévus des calculateurs CORAL 4 011 et FELIX M-18.

3. La place du minicalculateur M-18 dans la conduite des réseaux électriques

Le schéma de la Fig. 1 met en évidence la place du minicalculateur M-18 dans la conduite des réseaux électriques. Au niveau du Dispatching de Distribution (DD) on peut accepter le schéma de la Fig. 2. Les minicalculateurs M-18 sont installés dans les postes principaux du réseau. Ils peuvent gestioner encore 2 ... 3 postes satellites.

Le poste asservi (PA) assure la gestion locale de l'ouvrage en réalisant la fonction de signalisation, la fonction de mesure et la fonction de commande. L'exécution des ces fonctions est, d'une part, après le traitement, génératrice d'informations avec la destination poste de commande (PC),

d'autre part elle peut être pilotée en fonction des informations reçues provenant du PC. Dans ces fonctions l'équipement du PA exécute cycliquement la scrutation des états „tout ou rien" des voies de mesure analo-

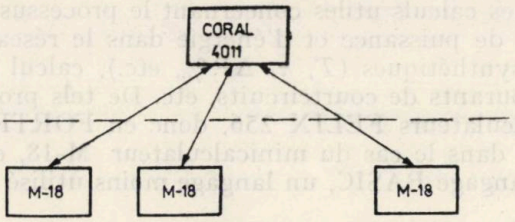


Fig. 2

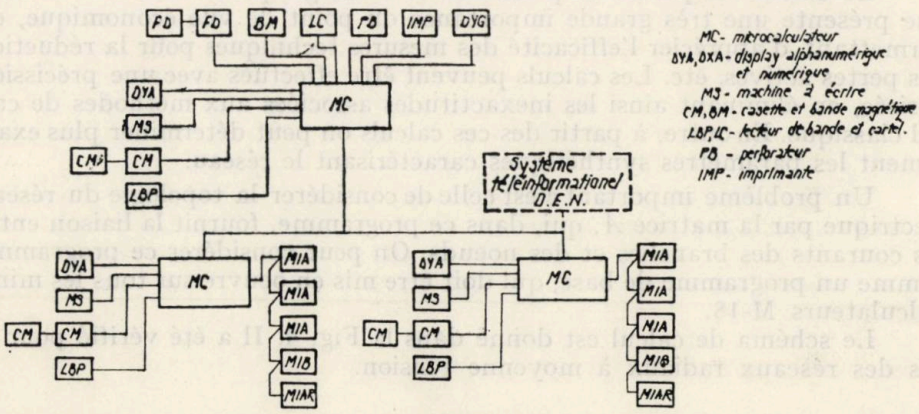


Fig. 3

giques et les commandes portant sur les organes manoeuvrables associés au processus de l'ouvrage. Les commandes courantes sont exécutées dans leur ordre d'arrivée au PA. Il est possible que l'exécution des commandes prioritaires soit intercalée dans le déroulement d'une commande courante.

Un rôle à part peuvent ocuper les minicalculateurs CORAL 4 011 et FELIX M-18 dans la création, l'actualisation et la gestion des bases de données concernant le réseau conduit. Il s'agit d'un système de bases de données réparties.

Les performances du minicalculateur M-18 dans le cas de fonctionnement en schéma de concentrateur de données sont limitées par son nombre de terminaux. Si le volume des informations est plus grand on peut utiliser le schéma de la Fig. 3 (surtout pour les postes de 400/220/110 KV très grandes [5]). Dans le régime normal les deux calculateurs en bas doivent acquérir des informations, les traiter et transmettre des messages au calculateur en haut qui, à son tour, les interprétera pour les présenter sur la console de visualisation.

4. L'utilisation du minicalculateur M-18 en tant que calculateur numérique

Le plus souvent les calculateurs ou les minicalculateurs installés pour la conduite et la gestion des réseaux électriques ont des disponibilités quant à l'exécution des programmes supplémentaires, c'est-à-dire ils sont capables à exécuter des calculs utiles concernant le processus conduit, à savoir : calcul des pertes de puissance et d'énergie dans le réseau gestioné ; calcul des paramètres synthétiques (T, τ, $\Delta P\,\%$, etc.), calcul du régime normal du réseau, des courants de courtcircuits, etc. De tels programmes sont réalisés pour les calculateurs FELIX 256, donc en FORTRAN. La difficulté qui y intervient, dans le cas du minicalculateur M-18, est représentée par l'utilisation du langage BASIC, un langage moins utilisé dans ce cas.

4.1. Le calcul des pertes de puissance

Le calcul des pertes de puissance et d'énergie pour un réseau électrique présente une très grande importance du point de vue économique, en permettant d'apprécier l'efficacité des mesures techniques pour la réduction des pertes actives, etc. Les calculs peuvent être effectués avec une précission désirée, en éliminant ainsi les inexactitudes associées aux méthodes de calcul classique. En outre, à partir des ces calculs on peut déterminer plus exactement les paramètres synthétiques caractérisant le réseau.

Un problème important c'est celle de considérer la topologie du réseau électrique par la matrice A, qui, dans ce programme, fournit la liaison entre les courants des branches et des noeuds. On peut considérer ce programme comme un programme de base, qui doit être mis en oeuvre sur tous les minicalculateurs M-18.

Le schéma de calcul est donné dans la Fig. 4. Il a été vérifié pour le cas des réseaux radiaux à moyenne tension.

4.2. Calcul des régimes des réseaux électriques

Si le réseau gestioné est plus grand il est important à calculer le régime du réseau local. En utilisant la méthode de N e w t o n simplifiée on obtient les relations [6] :

$$\Delta P = H\Delta\delta \; ; \; \Delta Q = L\Delta U, \tag{1}$$

où :

$$H = \frac{\partial P}{\partial \delta}, \; L = \frac{\partial Q}{\partial U}, \; \Delta P = P_c - P, \; \Delta Q = Q_c - Q,$$

P_c et Q_c étant les puissances calculées et P et Q—les puissances données dans les noeuds du réseau.

Pour la détermination des valeurs des tensions on corrige succésivement les vecteurs des tensions initiales $U^{(0)}$, $\delta^{(0)}$, par des quantités ΔU et $\Delta\delta$ résultées des équations ci-dessus, dont la solution est obtenue par la méthode S e i d e l-G a u s s. Les difficultés sont introduites par le calcul des matrices H et L.

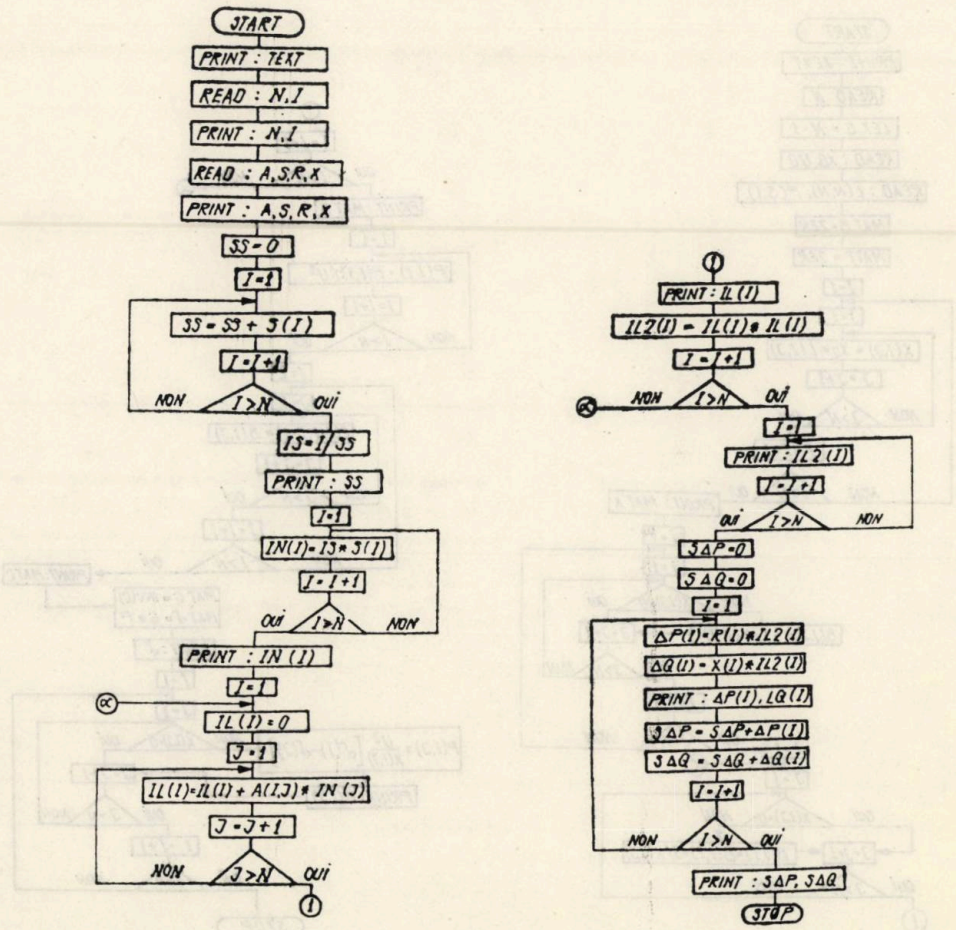

START
PRINT : TEXT
READ : N,I
PRINT : N,I
READ : A,S,R,X
PRINT : A,S,R,X
SS=0
I=1
SS=SS+S(I)
I=I+1
NON
I>N
OUI
IS=1/SS
PRINT : SS
I=1
IN(I)=IS*S(I)
I=I+1
OUI
I>N
NON
PRINT : IN (I)
I=1
IL(I)=0
J=1
IL(I)=IL(I)+A(I,J)*IN(J)
J=J+1
NON
J>N
OUI
PRINT : IL(I)
IL2(I)=IL(I)*IL(I)
I=I+1
NON
I>N
OUI
I=1
PRINT : IL2(I)
I=I+1
OUI
I>N
NON
SΔP=0
SΔQ=0
I=1
ΔP(I)=R(I)*IL2(I)
ΔQ(I)=X(I)*IL2(I)
PRINT : ΔP(I), ΔQ(I)
SΔP=SΔP+ΔP(I)
SΔQ=SΔQ+ΔQ(I)
I=I+1
NON
I>N
OUI
PRINT : SΔP, SΔQ
STOP

Fig. 4

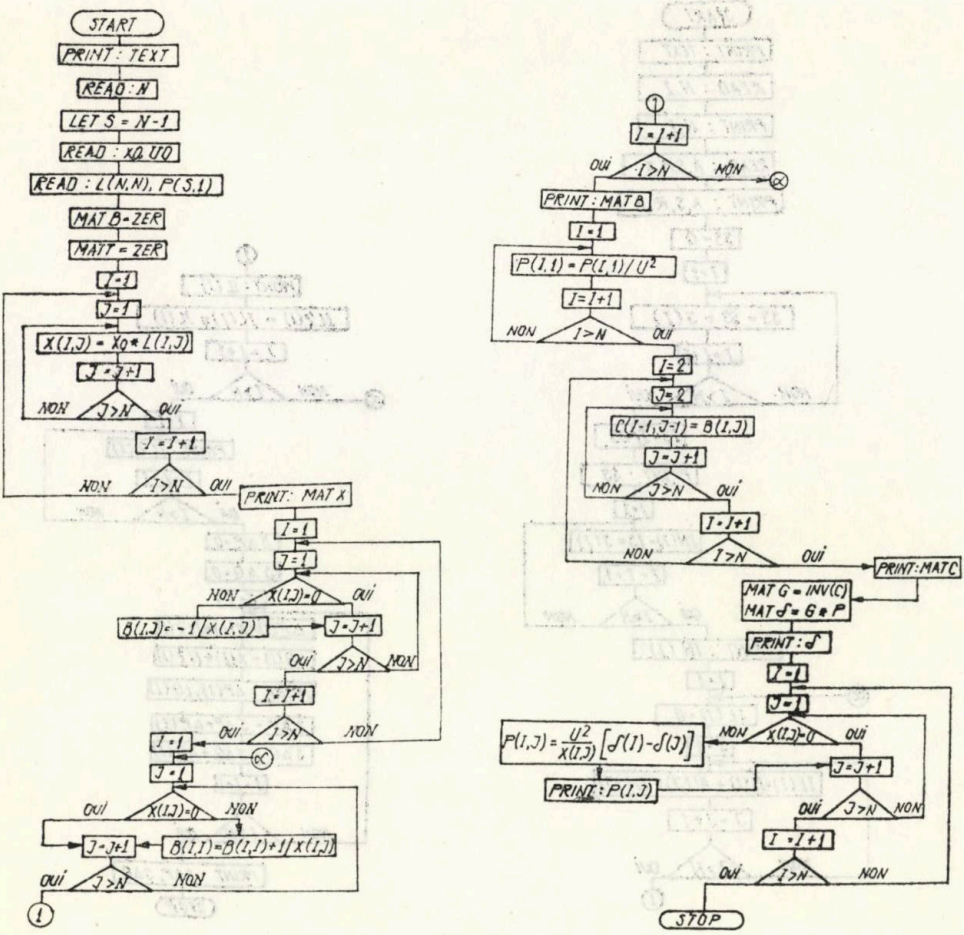

START
PRINT : TEXT
READ : N
LET S = N-1
READ : X0, U0
READ : L(N,N), P(S,1)
MAT B = ZER
MAT T = ZER
I = 1
J = 1
X(I,J) = X0 * L(I,J)
J = J+1
NON J>N OUI
I = I+1
NON I>N OUI
PRINT : MAT X
I = 1
J = 1
NON X(I,J)=0 OUI
B(I,J) = -1 / X(I,J)
J = J+1
OUI J>N NON
I = I+1
OUI I>N NON
I = 1
J = 1
OUI X(I,J)=0 NON
J = J+1
B(I,I) = B(I,I)+1 / X(I,J)
OUI J>N NON
1
I = I+1
OUI I>N NON
PRINT : MAT B
I = 1
P(I,1) = P(I,1) / U²
I = I+1
NON I>N OUI
I = 2
J = 2
C(I-1,J-1) = B(I,J)
J = J+1
NON J>N OUI
I = I+1
NON I>N OUI
PRINT : MAT C
MAT G = INV(C)
MAT S = G * P
PRINT : S
I = 1
J = 1
P(I,J) = U²/X(I,J) [S(I)-S(J)]
NON X(I,J)=0 OUI
PRINT : P(I,J)
J = J+1
OUI J>N NON
I = I+1
OUI I>N NON
STOP

Fig. 5

Si, en outre, on considère $|U_j|=\text{const.}$, $(j=1, 2, \ldots, n)$, on obtient la méthode en courant continu, dont le schéma logique de calcul est donnée dans la Fig. 5. Ce schéma a été vérifiée pour un réseau à 12 noeuds.

5. Conclusions

L'utilisation des calculateurs et mini- ou microcalculateurs dans la conduite des réseaux électriques est aujourd'hui un fait acquis irréversible. Ainsi on peut améliorer la disponibilité d'un réseau en diminuant les temps d'acquisition des données et la localisation des défauts, la durée de reprise de service.

Pour le passage à la conduite par minicalculateurs il est important à effectuer des études pour déterminer : l'architecture de la technique de calcul, les caractéristiques et l'échélonnement de la mise en oeuvre de celle-ci.

Du même il est très important de préparer des paquets de programmes pour utiliser à profusion les possibilités de la technique de calcul.

Reçue le 3 juin 1981

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire d'Électroénergétique
et
Chaire de Génie chimique

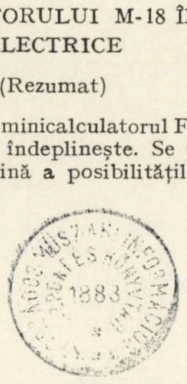
BIBLIOGRAPHIE

1. Abella R., *Matériels informatiques dans la téléconduite des postes électriques.* Techniques de l'Ingénieur, 1979.
2. Abella R. et coll., *Outils modernes de conduite et orientations en matière de gestion des réseaux électriques de distribution.* Congrès de Toulouse, 2—6 octobre, 1979.
3. Iliescu S., *Structuri şi utilizări de calculatoare de proces.* Thése de doctorat, Inst. polyt., Buc., 1979.
4. Ionescu S. et coll., *Software de aplicaţie pentru conducerea on-line a sistemului energetic naţional.* Energetica, *7—8*, 381—393 (1979).
5. Albert H. et coll., *Modernizarea instalaţiilor de conducere operativă a staţiei 400/220 110 kV, Bucureşti-Sud, prin introducerea unei calculator de proces.* Ses. scient. „Contributions ISPE—ISPH à la revolution technico-scentifique dans l'énergétique de la R.S.R.", Buc., 1979.
6. Dimo P. et collab., *Calculul şi proiectarea sistemelor electroenergetice.* Ed. Tehn., Buc., 1974
7. Dodescu Gh. et collab., *Limbajul BASIC şi aplicaţii.* EDP, Buc., 1978.

ASUPRA UTILIZĂRII MINICALCULATORULUI M-18 ÎN CONDUCEREA REŢELELOR ELECTRICE

(Rezumat)

Se analizează locul pe care îl ocupă minicalculatorul FELIX M-18 în conducerea reţelelo electrice şi se expun funcţiile pe care le îndeplineşte. Se prezintă două programe realizate în limbajul BASIC pentru folosirea deplină a posibilităţilor unui astfel de minicalculator.



1984 OKT 2 6

40822